

### Abschätzung:

$$(1+c)^n \geq 1+nc$$

### Grenzwertbildung: (Blatt 2)

$$\text{Nennerpotenz} > \text{Zählerpotenz} \Rightarrow 0$$

$$\text{Zählerpotenz} > \text{Nennerpotenz} \Rightarrow \infty \text{ oder } -\infty$$

$$\text{Zählerpotenz} = \text{Nennerpotenz} \Rightarrow ??? \text{ Siehe Beispiel}$$

$$\frac{2n^3+3n^2}{5n^3+4n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{2}{5}$$

### Komplexe Zahlen: (siehe Blatt 3, Kl. Übung)

Das komplex konjugierte von  $a+ib = a-ib$  ( $\bar{z}$ )

$$|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2+b^2} \quad : \text{ Betrag einer komplexen Zahl}$$

$$\frac{z}{w} = \frac{z \cdot \bar{w}}{w \cdot \bar{w}} = \frac{z \cdot \bar{w}}{|w|^2} \text{ oder } \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{(ac+bd)+i(-ad+bc)}{c^2+d^2}$$

### Komplexe Wurzel: (siehe Blatt 3, Kl. Übung)

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{a+bi} = \pm \left( \sqrt{\frac{1}{2}(a+\sqrt{a^2+b^2})} + i \cdot \text{sgn } b \sqrt{\frac{1}{2}(-a+\sqrt{a^2+b^2})} \right)$$

$$\text{Mit } \text{sgn } b = \begin{cases} 1 & b \geq 0 \\ -1 & b < 0 \end{cases}$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \left[ \cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi r}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi r}{n}\right) \right] \quad r = 0, 1, \dots, n-1$$

### HPs von komplexen Folgen:

$$h_r = |z| \cdot [\cos(r\varphi) + i \sin(r\varphi)] \quad r = 0, 1, \dots, 2 * \text{Nenner}(\varphi) - 1$$

### Koeffizientenvergleich: (siehe Blatt 3, Kl. Übung)

$$\sqrt{a+bi} = \pm(a+bi) \quad a+bi = (a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \quad (\text{nur sinnvoll mit ganzen Koeffizienten})$$

### Quadratische Gleichungen: (siehe Blatt 3, Kl. Übung)

a) p - q Formel

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad p, q \in \mathbf{C} \quad \text{für } z^2 + pz + q = 0$$

### Polarkoordinaten: (Blatt 4, Kl. Übung)

$$z = a+bi = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad \text{mit } r \geq 0 \text{ und } 0 \leq \varphi < 2\pi$$

$$r = |z| \quad \varphi = \arg(z) \quad : \quad \text{eindeutig bis auf ganzzahlig Vielfaches von } 2\pi$$

$$\text{für } a > 0 \quad \varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

$$\begin{array}{ll}
a = 0, b > 0 & \varphi = \frac{\pi}{2} \\
a < 0 & \varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi \\
a = 0, b < 0 & \varphi = \frac{3}{2}\pi
\end{array}$$

**Cauchy-Kriterium:**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \Rightarrow a_n \text{ nicht divergent}$$

**Wurzelkriterium (Konvergenz von Reihen):** (Blatt 5; Kl. Übung)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|} < 1 \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} |a_k| \text{ und } \sum_{k=0}^{\infty} a_k \text{ konvergieren}$$

**Quotientenkriterium (Konvergenz von Reihen):** (Blatt 5; Kl. Übung)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{k+1}}{a_k} \right| \text{ existiert und } < 1 \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} |a_k| \text{ und } \sum_{k=0}^{\infty} a_k \text{ konvergieren}$$

**Geometrische Reihe:** (Vorlesung vom 13.11.97)

$$\sum_{k=0}^{\infty} z^k = \frac{1}{1-z} \text{ für } |z| < 1$$

**Majoranten- und Minorantenverfahren:** (Blatt 6; Gr. Übung)

div. Minorante:

konv. Majorante:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

**Potenzreihenentwicklung:** (Blatt 6; Kl. Übung)

$$\text{Für } |z| < |c| \quad \frac{1}{z-c} = \frac{1}{-c} \cdot \frac{1}{1-\frac{z}{c}} = -\frac{1}{c} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{c}\right)^n (z)^n$$

$$\frac{1}{z+c} = \frac{1}{z-(-c)} = \frac{1}{-(-c)} \cdot \frac{1}{1-\frac{z}{-c}} = -\frac{1}{-c} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{-c}\right)^n (z)^n$$

$$\text{Für } |z| > |c| \quad \frac{1}{z-c} = \frac{1}{z} \cdot \frac{1}{1-\frac{c}{z}} = \frac{1}{z} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} c^n \left(\frac{1}{z}\right)^n$$

$$\frac{1}{z+c} = \frac{1}{z-(-c)} = \frac{1}{z} \cdot \frac{1}{1-\frac{-c}{z}} = \frac{1}{z} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-c)^n \left(\frac{1}{z}\right)^n$$