

1 DIODENSCHALTUNG

LÖSUNG 1

Schritt 1

Schritt 2

Schritt 3

2 TRANSISTOR IN EMITTERSCHALTUNG

LÖSUNG 2

Arbeitspunkt im Eingangskreis

Arbeitspunkt im Ausgangskreis

Grafische Bestimmung der Spannungsverstärkung A

Grafische Bestimmung von r_{BE} und r_{CE}

Bestimmung von S und β

Berechnung von r_{BE} , r_{CE} und S

Kleinsignalersatzschaltbild

Übertragungsfunktion mit der Eingangskapazität C

3 EMITTERSCHALTUNG MIT GEGENKOPPLUNG

LÖSUNG 3

Bestimmung von R_E und U_A für vorgegebenes I_C und U_E

Bestimmung von U_E für den Sättigungsbetrieb

Bestimmung des Eingangswiderstandes

Bestimmung der Kleinsignalverstärkung A

Kleinsignalersatzschaltbild

Übertragungsfunktion

4 SCHALTUNG MIT MOS-TRANSISTOR

LÖSUNG 4

Bestimmung von U_{GS} für vorgegebenes $I_D = 2 \text{ mA}$

Berechnung von R_4

Berechnung von R_3

Ausgangskennlinienfelder des n-Kanal-MOSFETs

5 NMOS-INVERTER

LÖSUNG 5

Übertragungsfunktion

Schaltfunktion

Bereich 0

Bereich 1

Bereich 2

Bereich 3

Bereich 4

Bereich 5

6 BIPOLARER DIFFERENZVERSTÄRKER

LÖSUNG 6

$$U_{B1} = U_{B2} = 1 \text{ V}$$

$$U_{B1} = 1 \text{ V}, U_{B2} = 0 \text{ V}$$

$$U_{B1} = -1 \text{ V}, U_{B2} = 0 \text{ V}$$

Differenzspannung U_D für $I_{E1} = 0,99 \cdot I_K$

7 MOS-DIFFERENZVERSTÄRKER

LÖSUNG 7

Berechnung von U_{GS}

Berechnung von S

Berechnung von U_D für einseitige Stromverteilung

8 GRUNDSCHALTUNGEN DER OPERATIONSVERSTÄRKER

Invertierender Operationsverstärker

Nichtinvertierender Operationsverstärker

Eingangs- und Ausgangswiderstände

Bestimmung von R_2

9 OPERATIONSVERSTÄRKER ALS SUBTRAHIERER

LÖSUNG 9

Übertragungsfunktion

Bestimmung von a und b

10 INTEGRAL- UND DIFFERENZIERSTUFEN

LÖSUNG 10

Übertragungsfunktionen

Zeitbereich

Frequenzbereich

Bode-Diagramme

Ortskurven

Zeitfunktionen

11 STABILITÄT VON RÜCKGEKOPPELTEN VERSTÄRKERN

LÖSUNG 11

Stabilität einer rückgekoppelten Schaltung

Stabilität der vorliegenden Schaltung

Dimensionierung von R_2

12 CMOS-SCHALTUNG

LÖSUNG 12

Positive und negative Logik

Funktionsweise

Funktionstabelle

13 CMOS-LOGIK

LÖSUNG 13

Mögliche Verknüpfungen für Gatter mit N Eingängen

Alle Verknüpfungen für Gatter mit zwei Eingängen
Konstruktion von CMOS-Gattern
Konstruktion der CMOS-Gatter

14 KONSTRUKTION VON CMOS-GATTERN

LÖSUNG 14

Konstruktion der CMOS-Gatter

15 REFLEXIONEN AUF LEITUNGEN

LÖSUNG 15

Reflexionsfaktoren
Impulsfahrplan
Einschwingverhalten
Leistungsbilanz
Spannungsverläufe

16 REFLEXION UND BRECHUNG

LÖSUNG 16

Reflexions- und Brechungsfaktoren
Impulsfahrplan
Spannungsverläufe

17 ZEITVERHALTEN VON FLIP-FLOPS

LÖSUNG 17

Signalverläufe
Funktion der Schaltung
Maximaler Skew
Maximale Taktfrequenz

1. Inverter einsparen:
2. Taktrichtung umdrehen:

1 DIODENSCHALTUNG

Bild 1-1 zeigt eine Schaltung mit einer Diode D , den Widerständen R_1 , R_2 und R_3 und der Spannungsquelle U_B . Die Kennlinie der Diode D ist in Bild 1-2 dargestellt. Es soll der Arbeitspunkt der Schaltung im Punkt A auf grafischem Wege bestimmt werden.

Weitere Angaben: $R_1 = 500 \Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $U_B = 2 \text{ V}$.

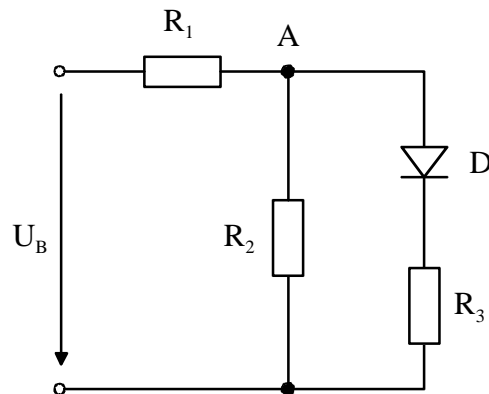


Bild 1-1 Diodenschaltung

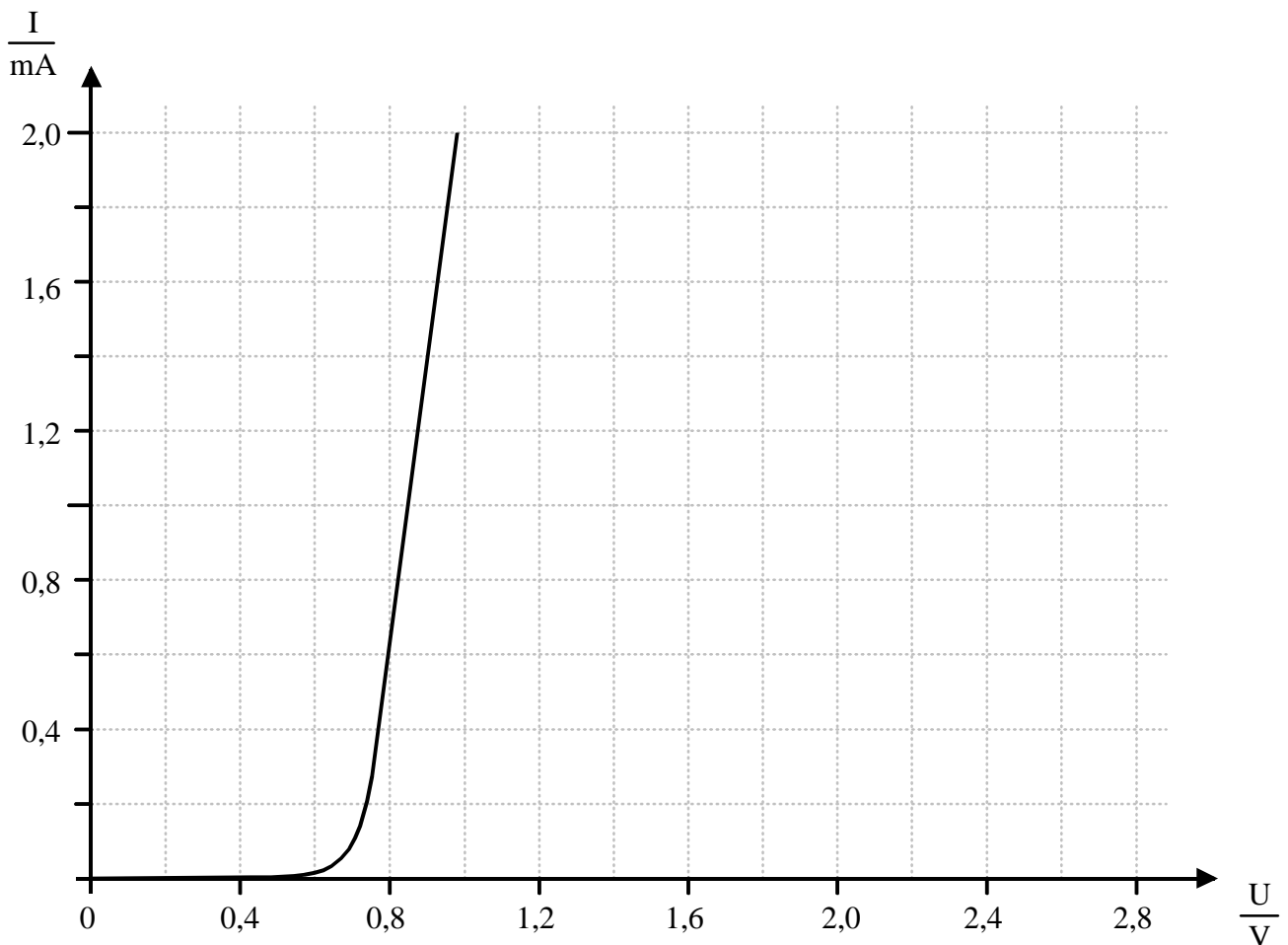
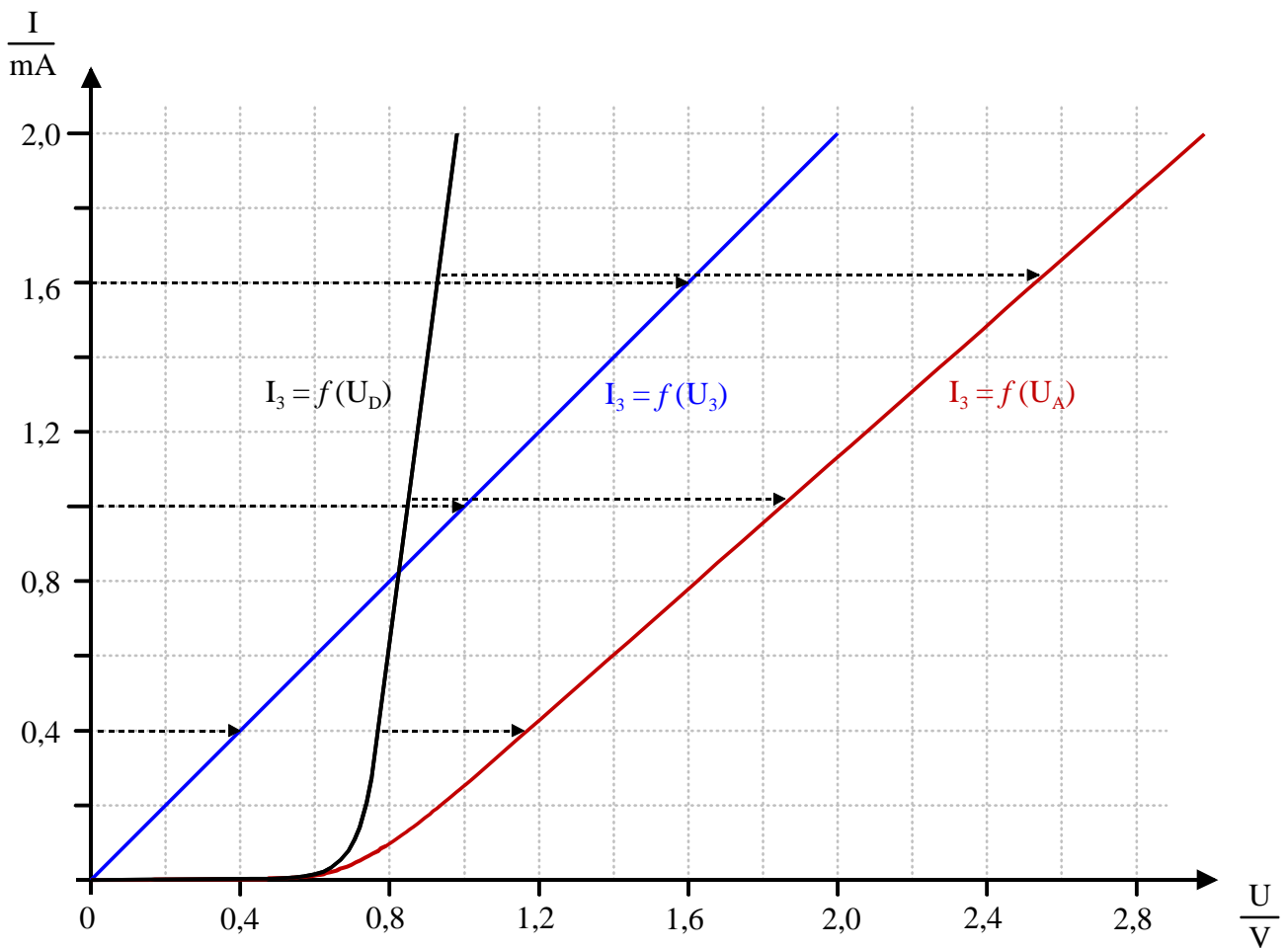
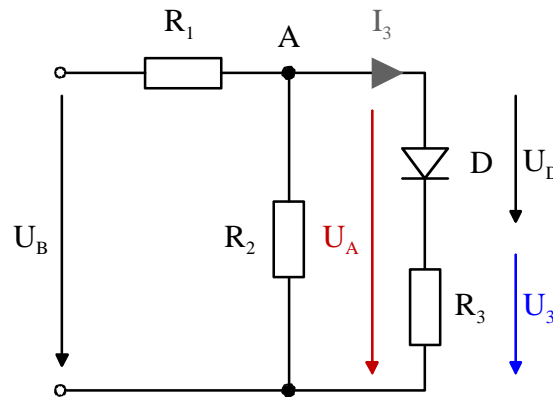


Bild 1-2 Kennlinie der Diode D

LÖSUNG 1

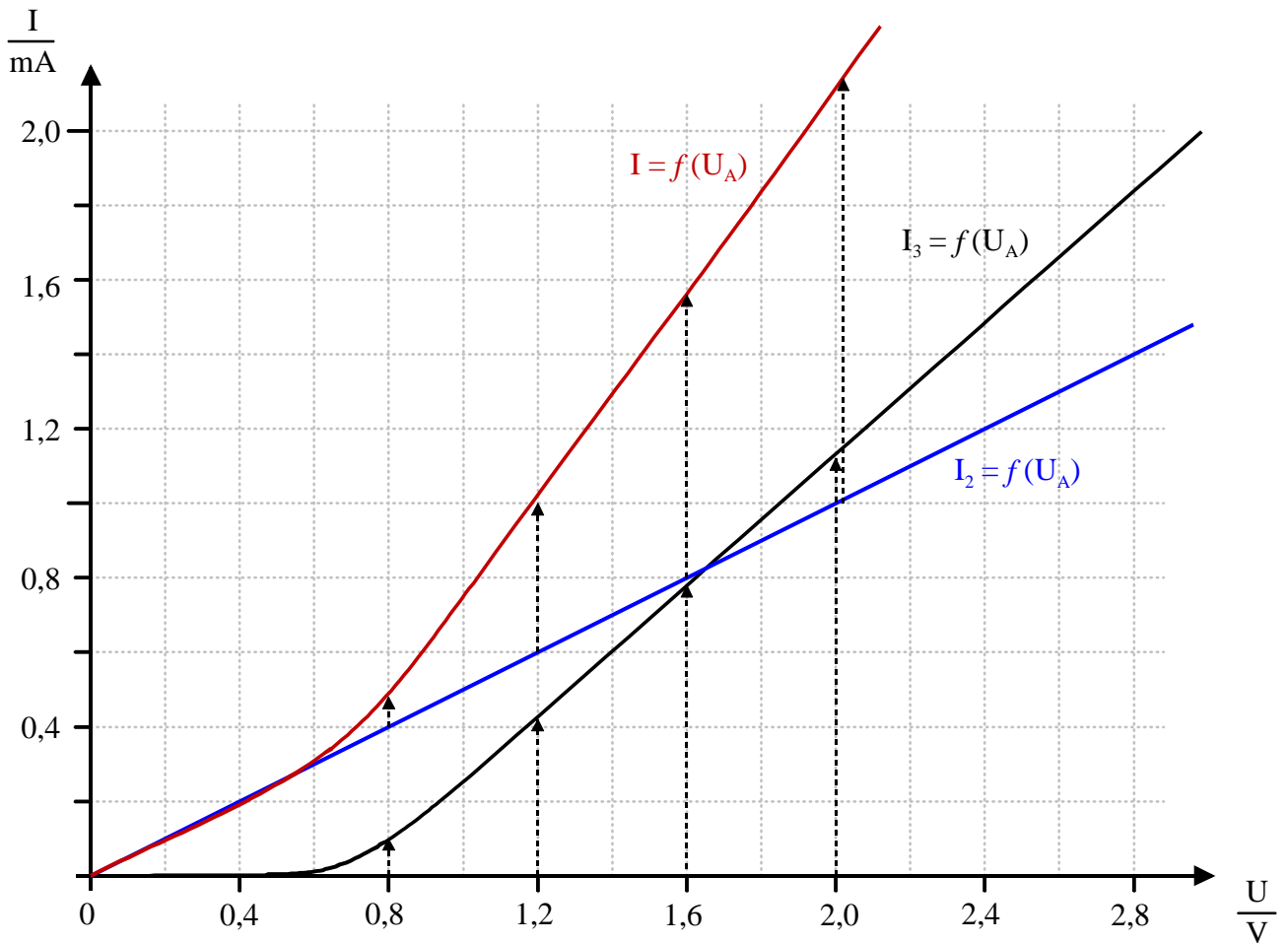
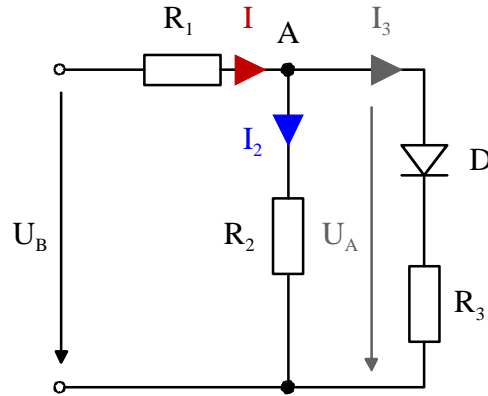
SCHRITT 1

Die Kennlinie $I_3 = f(U_A)$ für die Reihenschaltung von D und R_3 wird grafisch durch Addition der Spannungen U_D und U_3 erreicht (K'ohffsche Maschenregel: $U_A = U_D + U_3$). $I_3 = f(U_3)$ wird durch $R_3 = 1\text{ k}\Omega$ bestimmt. Zwei Punkte auf der R_3 -Geraden sind z. B. $\{0\text{ V}, 0\text{ mA}\}$ und $\{2\text{ V}, 2\text{ mA}\}$.



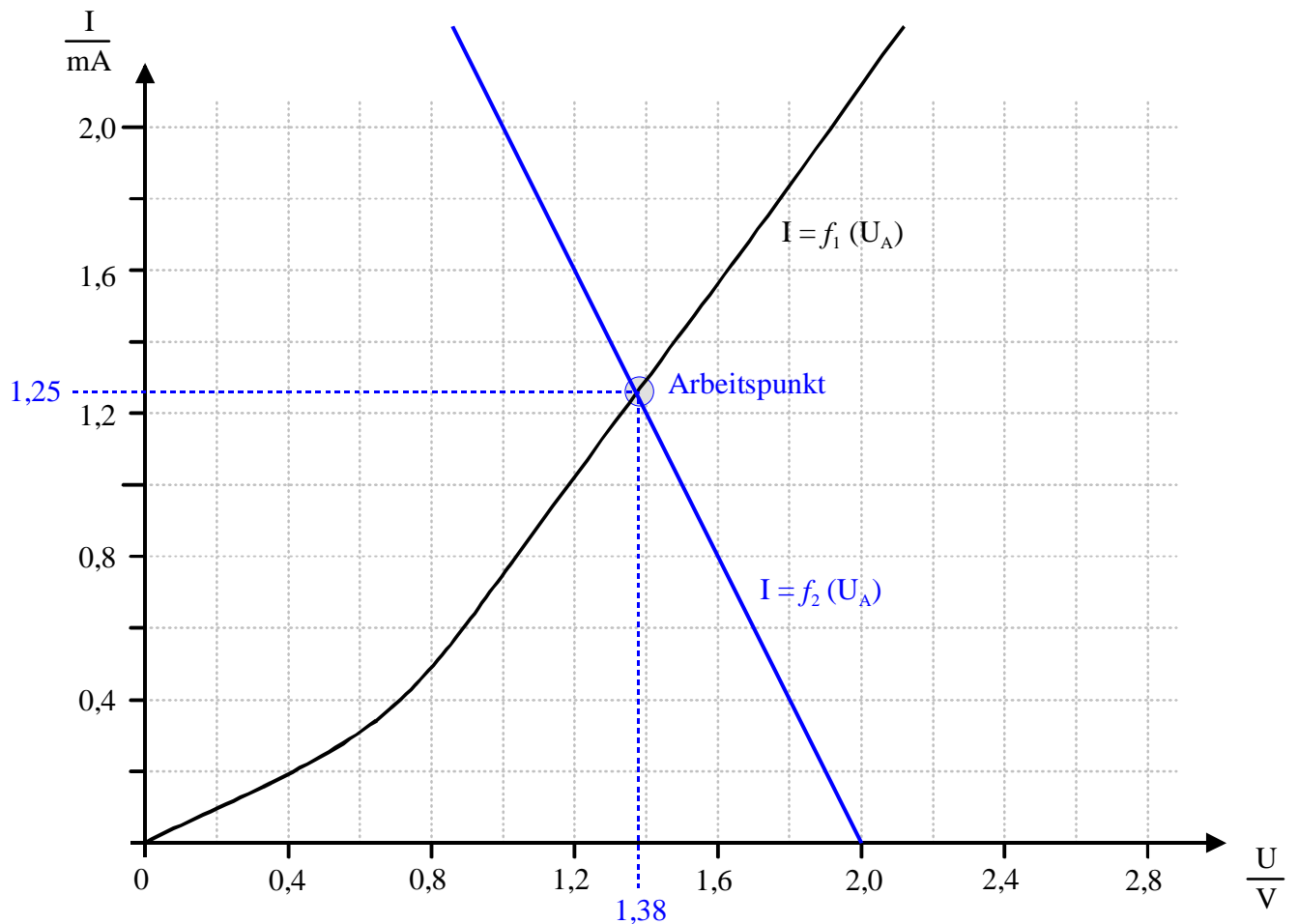
SCHRITT 2

Die Kennlinie $I = f(U_A)$ für die Parallelschaltung von D und R_3 mit R_2 wird grafisch durch Addition der Ströme I_2 und I_3 erreicht (K'hooffsche Knotenregel: $I = I_2 + I_3$). $I_2 = f(U_2)$ wird durch $R_2 = 2\text{ k}\Omega$ bestimmt. Zwei Punkte auf der R_2 -Geraden sind z. B. $\{0\text{ V}, 0\text{ mA}\}$ und $\{2\text{ V}, 1\text{ mA}\}$.



SCHRITT 3

Der Arbeitspunkt wird durch Gleichsetzen der Kennlinie $I = f_1(U_A)$ (rechter Schaltungsteil mit den Bauteilen D , R_3 und R_2) mit der Kennlinie $I = f_2(U_A)$ bestimmt. Letztere ist durch den linken Schaltungsteil mit der Spannungsquelle $U_B = 2\text{ V}$ und dem Serienwiderstand $R_1 = 500\ \Omega$ gegeben. Hierzu können wieder zwei Punkte berechnet werden: z. B. $\{2\text{ V}, 0\text{ mA}\}$ und $\{1\text{ V}, 2\text{ mA}\}$. Das Gleichsetzen zweier Funktionen wird grafisch durch den Schnittpunkt der Kennlinien erreicht. Der Arbeitspunkt ergibt sich zu $\{1,38\text{ V}, 1,25\text{ mA}\}$.



2 TRANSISTOR IN EMITTERSCHALTUNG

Bild 2-1 zeigt den NPN-Transistor T in Emitterschaltung. Die Eingangsspannung U_E gelangt über einen Koppelkondensator C an die Basis des Transistors. Die Ausgangsspannung U_A wird an der Kollektor-Emitter-Strecke des Transistors abgegriffen. Die Widerstände R_1 und R_2 dienen zur Einstellung des Arbeitspunktes der Schaltung. Der Transistor wird durch seine Eingangskennlinie nach Bild 2-2 und sein Ausgangskennlinienfeld nach Bild 2-3 beschrieben.

Weitere Angaben: $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 500 \text{ }\Omega$, $U_B = 5 \text{ V}$.

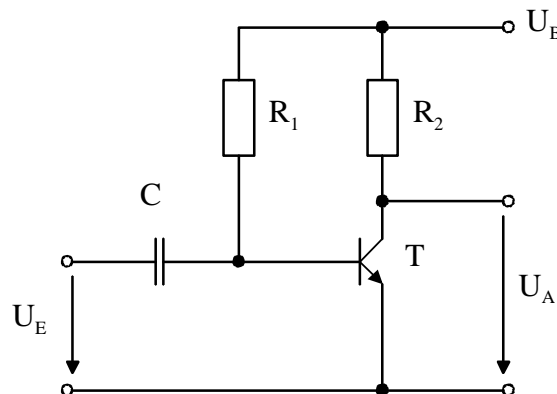


Bild 2-1 NPN-Transistor in Emitterschaltung

- Bestimmen Sie grafisch die Arbeitspunkte des Transistors ohne Betrachtung des Kondensators C.
- Bestimmen Sie grafisch die Spannungsverstärkung A für eine Änderung der Eingangsspannung U_E um $\Delta U_E = 100 \text{ mV}$.
- Die Kleinsignalparameter r_{BE} , r_{CE} , S und die Stromverstärkung β sind ebenfalls grafisch zu ermitteln.
- Berechnen Sie die Parameter r_{BE} , r_{CE} und S unter Verwendung von $U_T = 35 \text{ mV}$, $\beta = 100$ und $U_Y = 50 \text{ V}$. Bestimmen Sie ebenfalls die Sperrschichttemperatur T_J des Transistors.
- Geben Sie das Kleinsignalersatzschaltbild der Schaltung mit den Parametern aus c) an und charakterisieren Sie die Übertragungsfunktion $\frac{U_{BE}}{U_E}$.

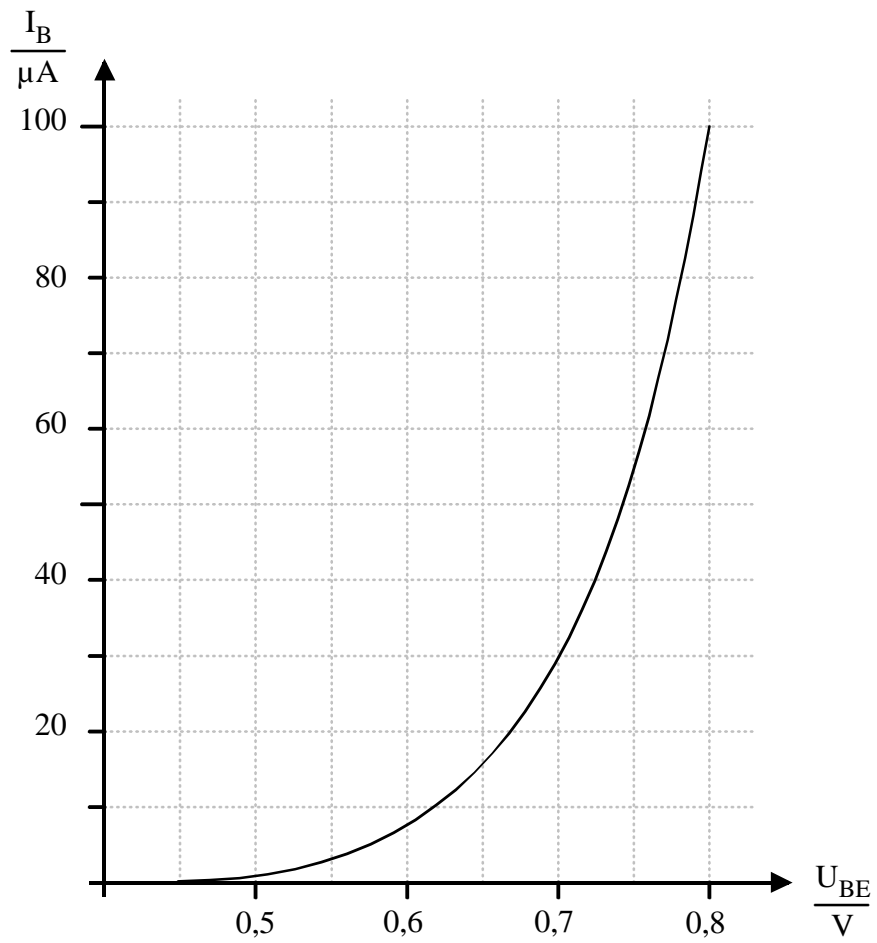


Bild 2-2 Eingangskennlinie

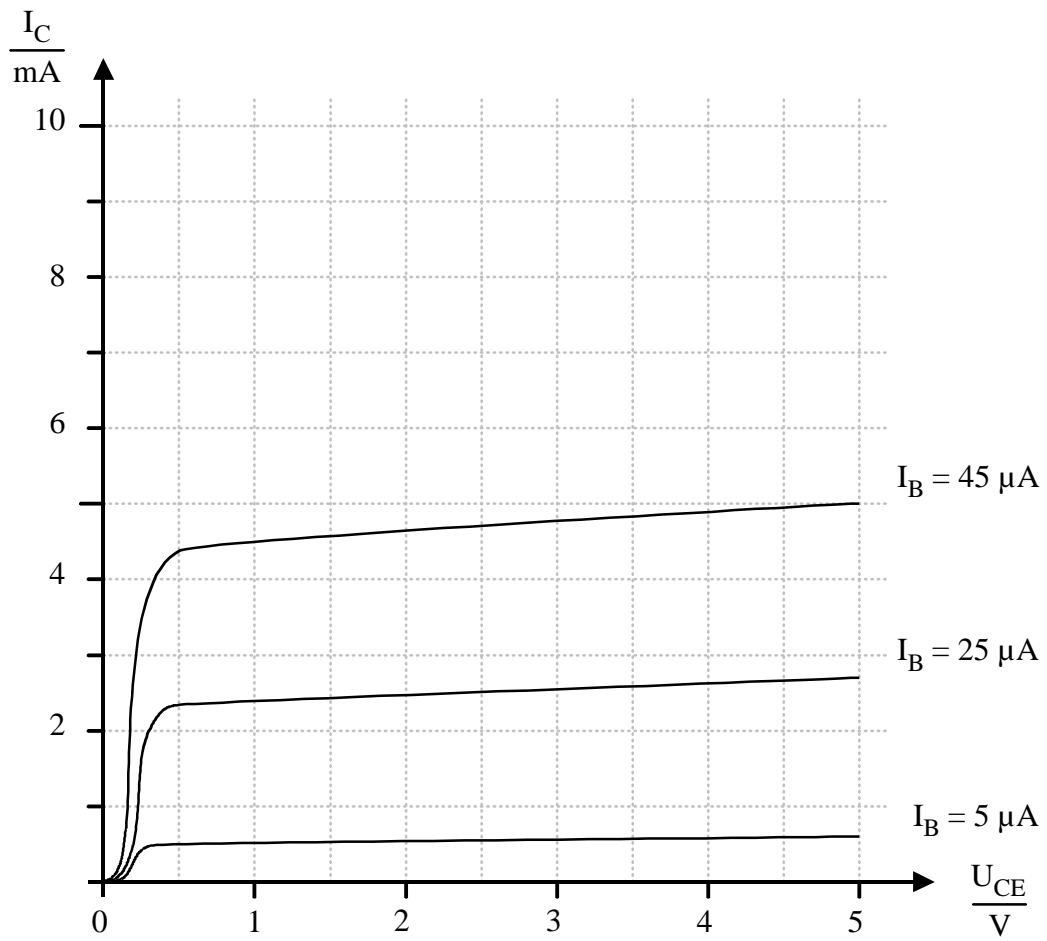


Bild 2-3 Ausgangskennlinienfeld

LÖSUNG 2

ARBEITSPUNKT IM EINGANGSKREIS

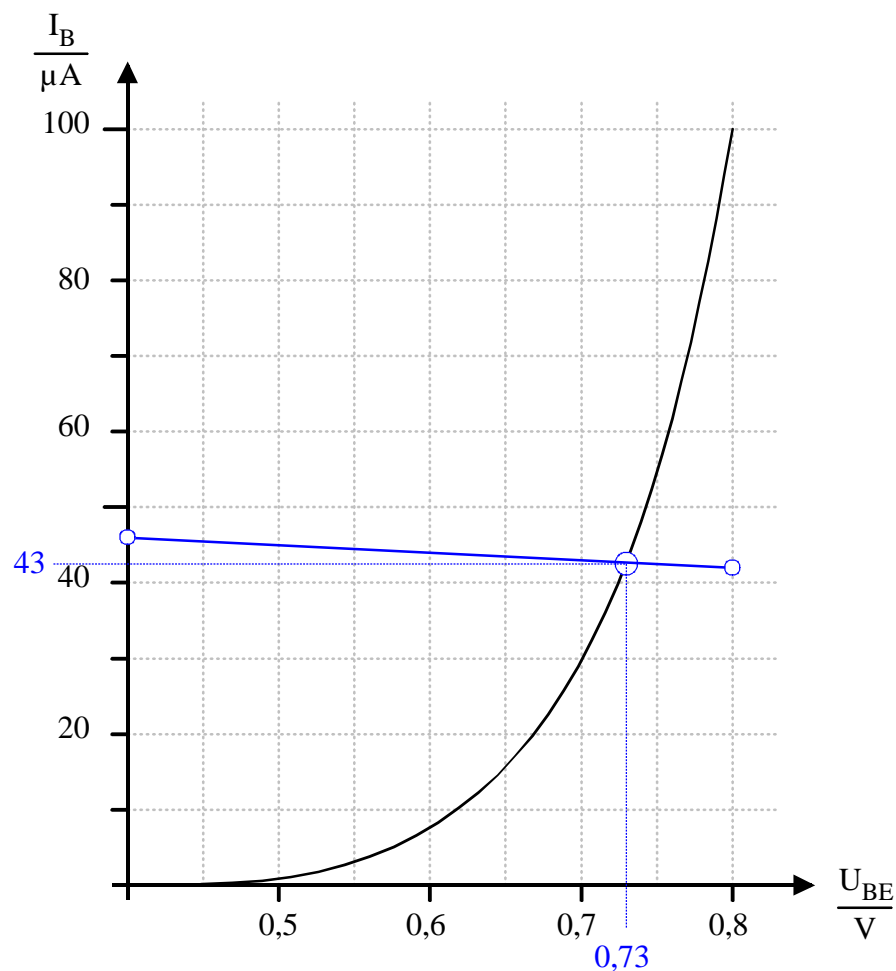
Den Arbeitspunkt im Eingangskreis erhält man durch Gleichsetzen der Transistor-Eingangskennlinie (Bild 2-2) mit der Arbeitsgeraden der Vorspannungserzeugung (U_B mit Widerstand R_1).

Letztere ermittelt man aus dem Spannungsumlauf $U_B = U_{BE} + I_B \cdot R_1$. Nach I_B aufgelöst ergibt sich:

$$I_B = \frac{U_B - U_{BE}}{R_1}$$

Für U_{BE} setzt man z. B. 0,4 V und 0,8 V ein. Die zwei Punkte auf der Geraden berechnen sich dann zu $\{0,4 \text{ V}, 46 \mu\text{A}\}$ und $\{0,8 \text{ V}, 42 \mu\text{A}\}$.

Der Arbeitspunkt im Eingangskreis ergibt sich zu $\{0,73 \text{ V}, 43 \mu\text{A}\}$.



ARBEITSPUNKT IM AUSGANGSKREIS

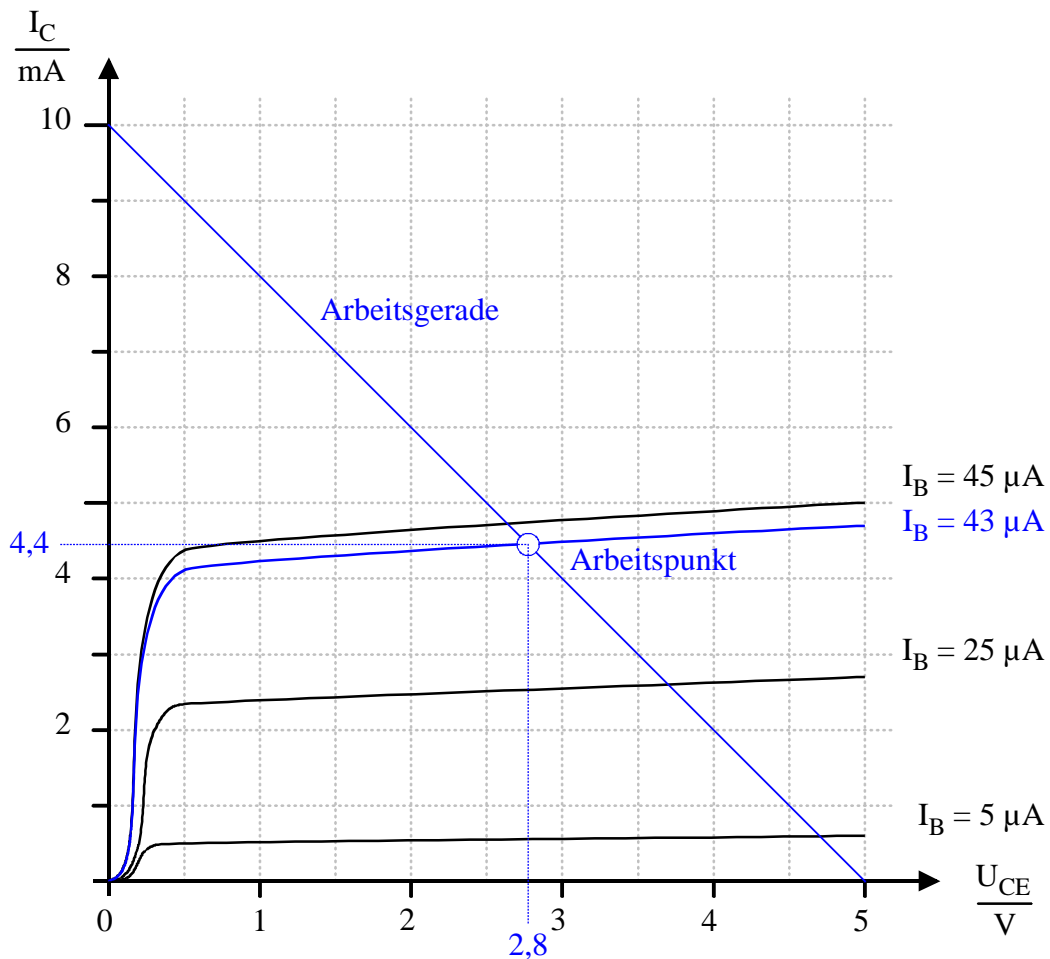
Den Arbeitspunkt im Ausgangskreis erhält man durch Gleichsetzen der interpolierten Transistor-Ausgangskennlinie für einen Basisstrom $I_B = 43 \mu\text{A}$ (Bild 2-3) mit der Arbeitsgeraden der Ausgangsspannungsversorgung (U_B mit Widerstand R_2).

Letztere ermittelt man aus dem Spannungsumlauf $U_B = U_A + I_C \cdot R_2$. Nach I_C aufgelöst ergibt sich:

$$I_C = \frac{U_B - U_A}{R_2}$$

Für U_A setzt man z. B. 0 V und 5 V ein. Die zwei Punkte auf der Geraden berechnen sich dann zu {0 V, 10 mA} und {5 V, 0 mA}.

Der Arbeitspunkt im Ausgangskreis ergibt sich zu {2,8 V, 4,4 mA}.

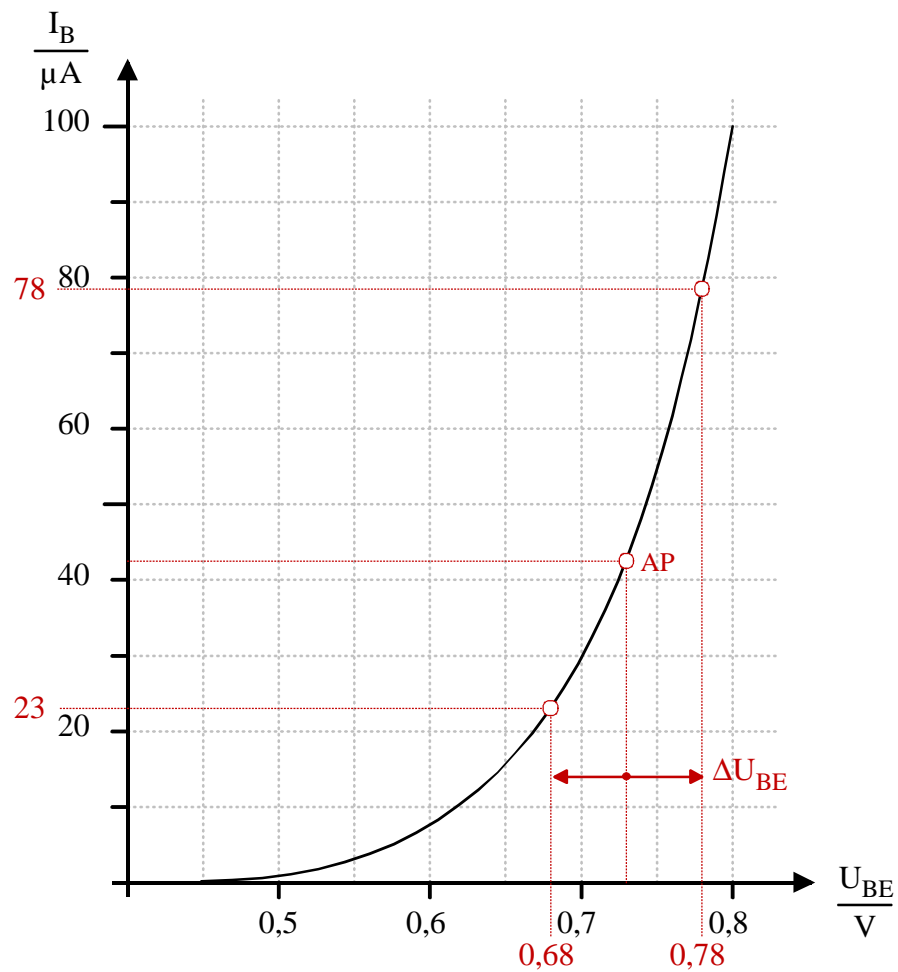


GRAFISCHE BESTIMMUNG DER SPANNUNGSVERSTÄRKUNG A

Die Spannungsverstärkung A ist das Verhältnis der Änderung der Ausgangsspannung ΔU_{CE} zur Änderung der Eingangsspannung ΔU_{BE} . Da die Kapazität C nicht berücksichtigt werden soll, gilt $\Delta U_{BE} = \Delta U_E$:

$$A = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta U_{BE}} = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta U_E}$$

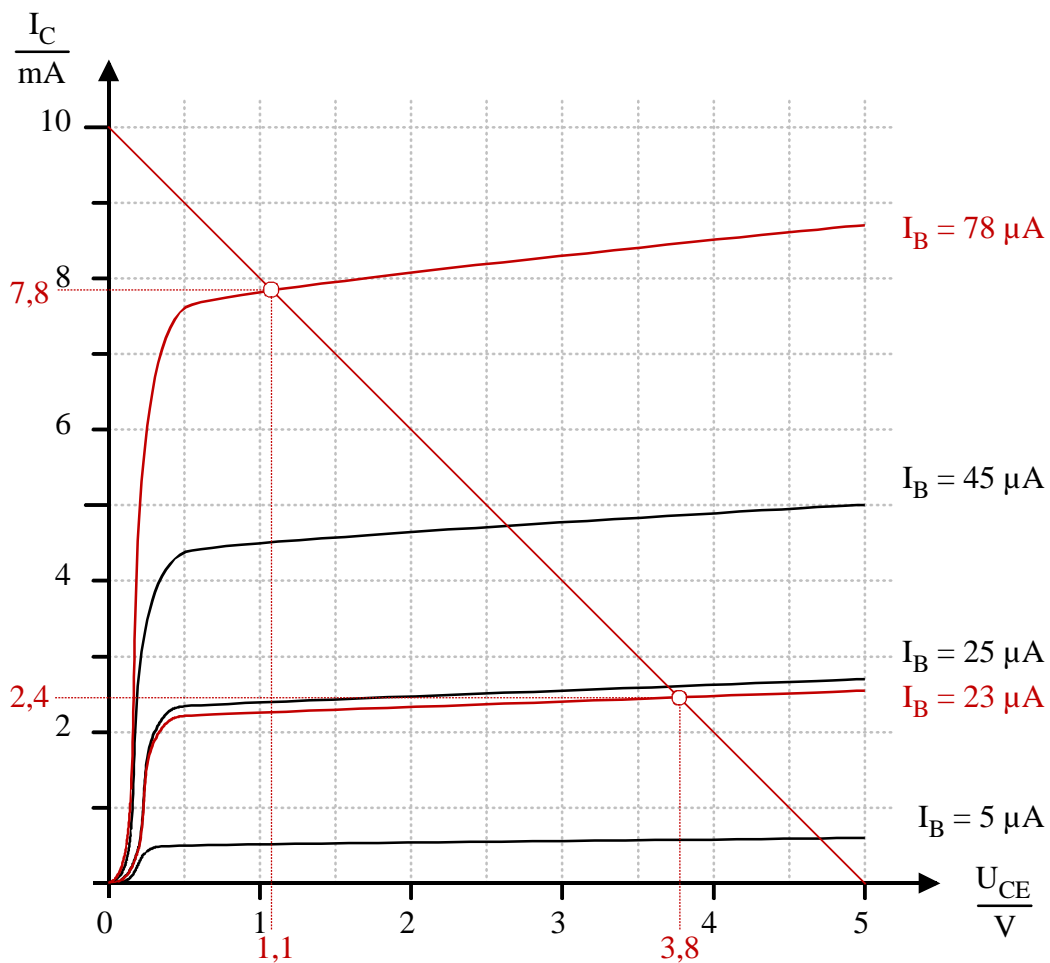
Die Spannungsänderung ΔU_{BE} wird an die Eingangskennlinie eingetragen (jeweils vom Arbeitspunkt aus in beide Richtungen um den halben Betrag). Es ergeben sich zwei weitere Wertepaare: $\{0,68 \text{ V}, 23 \mu\text{A}\}$ und $\{0,78 \text{ V}, 78 \mu\text{A}\}$.



Mit den beiden Eckwerten für den Basisstrom ($23 \mu\text{A}$ und $78 \mu\text{A}$) inter- bzw. extrapoliert man die entsprechenden Ausgangskennlinien. Auch hier ergeben sich zwei Wertepaare: $\{1,1 \text{ V}, 7,8 \text{ mA}\}$ und $\{3,8 \text{ V}, 2,4 \text{ mA}\}$.

Für die Spannungsverstärkung A benötigt man allerdings nur die beiden Ausgangsspannungen. Diese müssen dann in der richtigen Zuordnung zu ihren entsprechenden Eingangsspannungen eingesetzt werden (Vorzeichen!):

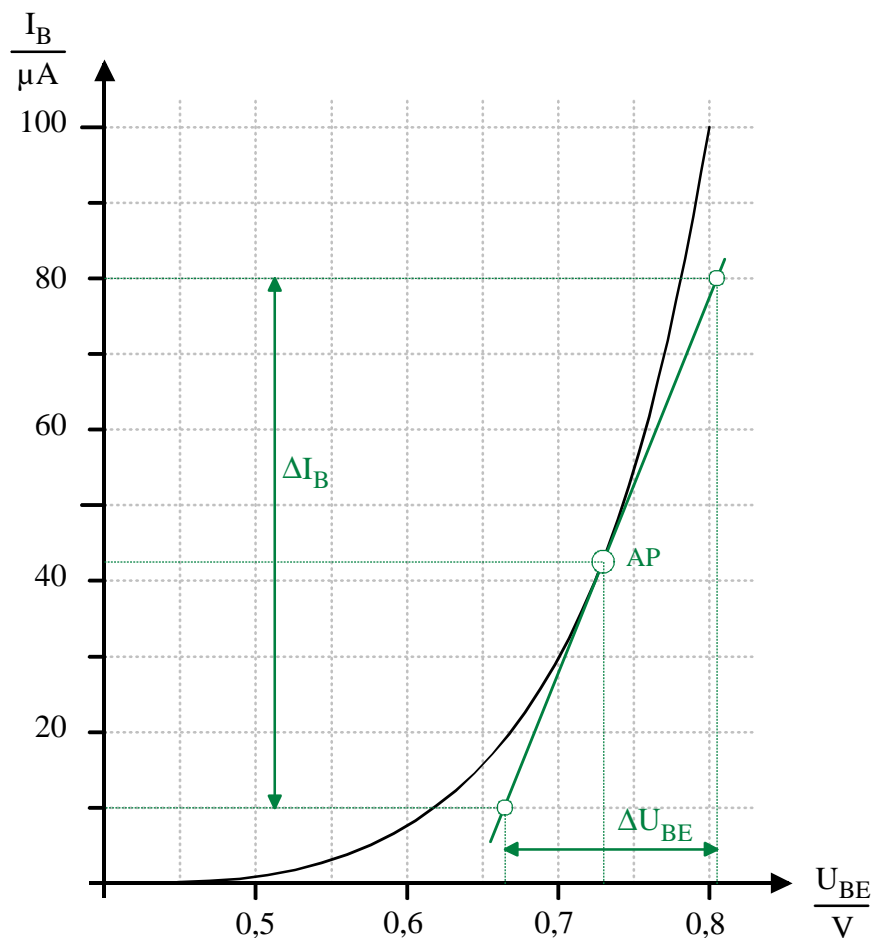
$$A = \frac{\Delta U_{\text{CE}}}{\Delta U_{\text{BE}}} \approx \frac{1,1\text{V} - 3,8\text{V}}{0,78\text{V} - 0,68\text{V}} = \frac{-2,7\text{V}}{0,1\text{V}} = -27$$



GRAFISCHE BESTIMMUNG VON r_{BE} UND r_{CE}

$\frac{1}{r_{BE}}$ ist die Steigung der Eingangskennlinie im Arbeitspunkt. Dazu legt man eine Tangente (mit genügender Länge) an den Arbeitspunkt der Eingangskennlinie, um Werte für ΔU_{BE} und ΔI_B ablesen zu können. Auch hierbei ist auf richtige Zuordnung der Wertepaare für Spannung und Strom zu achten (Vorzeichen!):

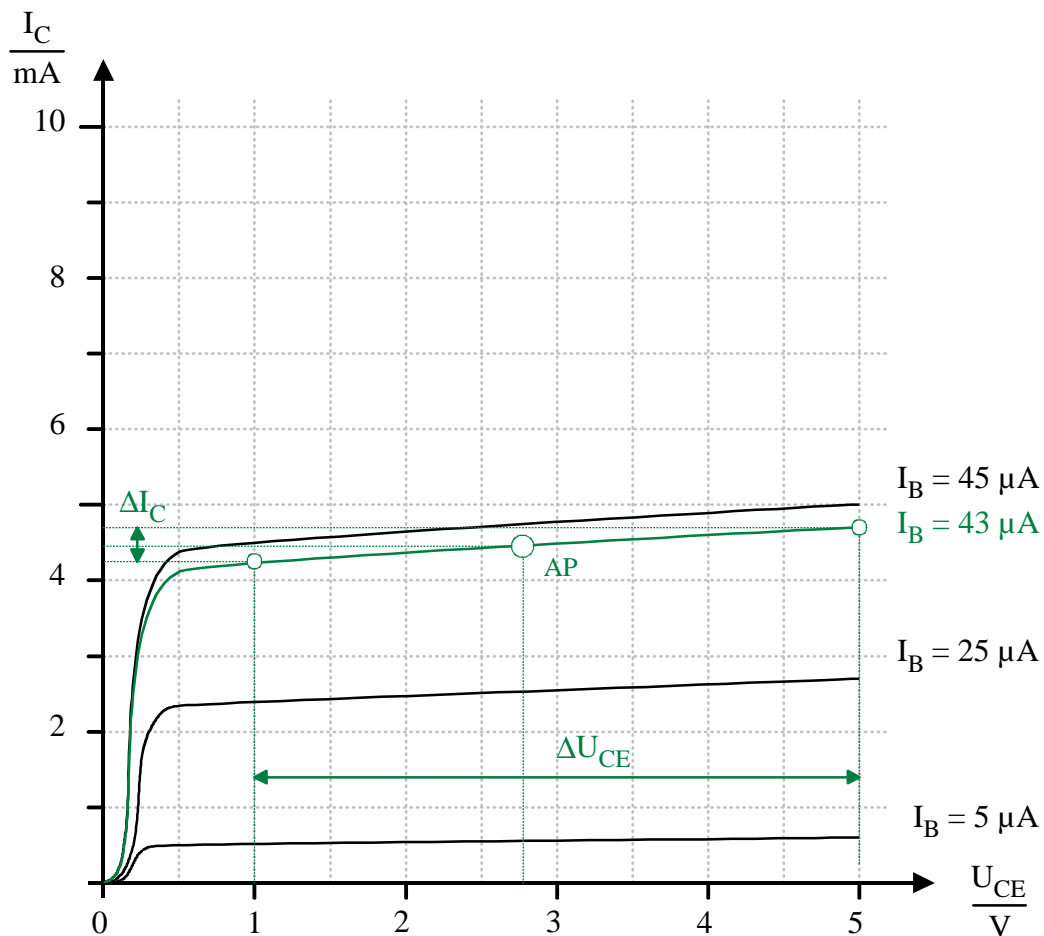
$$r_{BE} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} \approx \frac{0,14V}{70\mu A} = 2k\Omega$$



Anmerkung: Es gibt Bausteine, die in ihrer Kennlinie negative Steigungen – also auch negative differentielle Widerstände – aufweisen können (z. B. Gunn-Dioden). Transistoraufgaben aus dem hier vermittelten Fachgebiet haben i. d. R. positive Eingangs- und Ausgangswiderstände.

$\frac{1}{r_{CE}}$ ist die Steigung der Ausgangskennlinie im Arbeitspunkt. Dazu legt man eine Tangente (mit genügender Länge) an den Arbeitspunkt der Ausgangskennlinie, um jeweils Werte für ΔU_{CE} und ΔI_C ablesen zu können. I. d. R. beschreibt die Ausgangskennlinie des Bipolartransistors im aktiven Bereich eine Gerade, so daß man direkt an dieser ablesen kann. Es ist wieder auf richtige Zuordnung der Wertepaare für Spannung und Strom zu achten (Vorzeichen!):

$$r_{CE} = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} \approx \frac{4V}{0,5mA} = 8k\Omega$$



BESTIMMUNG VON S UND β

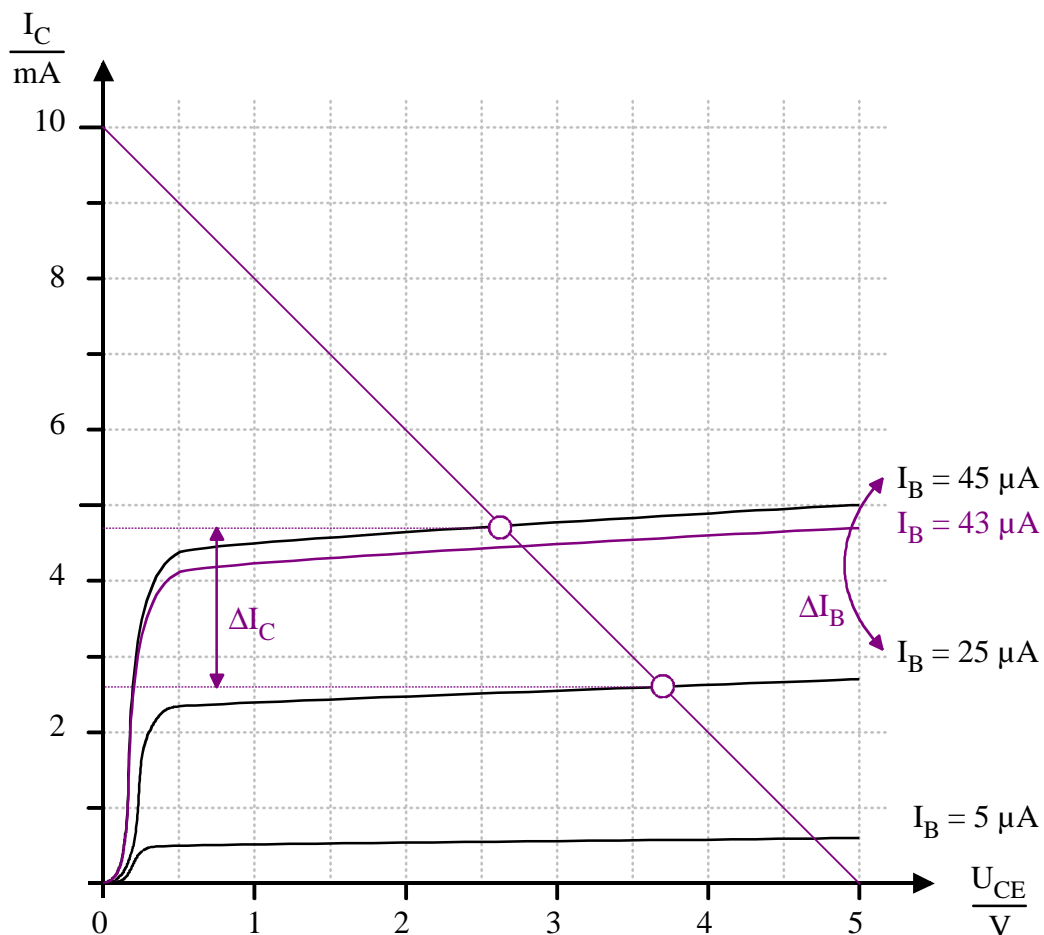
$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$ wird aus dem Ausgangskennlinienfeld abgelesen. Dazu benutzt man zwei vorgegebene

Kennlinien um den Arbeitspunkt herum (in dieser Aufgabe sind das die Kurven für $I_B = 25 \mu\text{A}$ und $I_B = 45 \mu\text{A}$). Dazu sind die beiden Kollektorströme an den Schnittpunkten mit der Arbeitsgeraden abzulesen.

Bei dieser Vorgehensweise geht die äußere Transistorbeschaltung (Arbeitsgerade) mit in das Ergebnis ein. Durch den flachen Verlauf der Ausgangskennlinien im aktiven Bereich (gesteuerte Stromquelle) ist dieser Einfluß aber gering. Alternativ könnte eine senkrechte Gerade durch den Arbeitspunkt anstelle der vorhandenen Arbeitsgeraden genommen werden (Spannungsquelle).

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{2,1\text{mA}}{20\mu\text{A}} = 105$$

$$S \text{ ergibt sich aus } S = \frac{\beta}{r_{BE}} = \frac{105}{2\text{k}\Omega} \approx 0,053 \frac{1}{\Omega}$$



BERECHNUNG VON r_{BE} , r_{CE} UND S

r_{BE} , r_{CE} und S können mit Hilfe der Formeln aus der Vorlesung berechnet werden:

$$S = \frac{I_C}{U_T} = \frac{4,4\text{mA}}{35\text{mV}} \approx 0,13 \frac{1}{\Omega}$$

$$r_{BE} = \frac{\beta}{S} = \frac{105}{0,13 \frac{1}{\Omega}} \approx 808\Omega$$

$$r_{CE} = \frac{U_Y}{I_C} = \frac{50\text{V}}{4,4\text{mA}} \approx 11,4\text{k}\Omega$$

Die Sperrschichttemperatur T_J bestimmt man aus der Gleichung für die Temperaturspannung U_T :

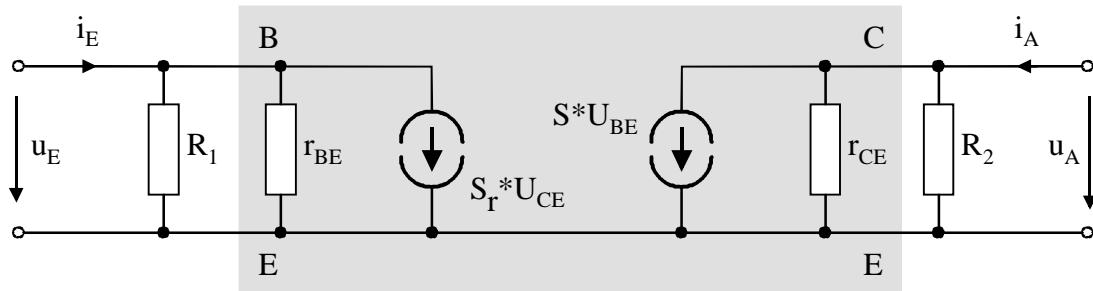
$$U_T = \frac{k_B \cdot T_J}{e}$$

Auflösen nach T_J ergibt:

$$T_J = \frac{e \cdot U_T}{k_B}$$

Dabei ist k_B die Boltzmann-Konstante mit $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$, e ist die Elementarladung mit $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{C}$.

$$T_J = \frac{1,6022 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 0,035\text{V}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}} \approx 406\text{K} \approx 133^\circ\text{C} \quad (0 \text{ K} = -273,16^\circ\text{C})$$

KLEINSIGNALERSATZSCHALTBILD


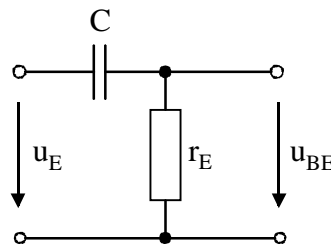
Die Widerstände im Ein- und Ausgangskreis können zusammengefaßt werden:

$$r_E = R_1 \parallel r_{BE} = \frac{R_1 \cdot r_{BE}}{R_1 + r_{BE}} = \frac{100\text{k}\Omega \cdot 2\text{k}\Omega}{102\text{k}\Omega} = 1,96\text{k}\Omega \approx r_{BE} \quad \left| \text{mit } r_{BE} \ll R_1 \right.$$

$$r_A = R_2 \parallel r_{CE} = \frac{R_2 \cdot r_{CE}}{R_2 + r_{CE}} = \frac{500\Omega \cdot 8\text{k}\Omega}{8,5\text{k}\Omega} = 470\Omega \approx R_2 \quad \left| \text{mit } R_2 \ll r_{CE} \right.$$

ÜBERTRAGUNGSFUNKTION MIT DER EINGANGSKAPAZITÄT C

Die Eingangsbeschaltung stellt einen Hochpaß dar.



Die Übertragungsfunktion im Frequenzbereich lautet:

$$A(j\omega) = \frac{u_{BE}(j\omega)}{u_E(j\omega)} = \frac{r_E}{r_E + \frac{1}{j\omega \cdot C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega \cdot r_E C}} \quad \left| \text{mit } \omega = 2\pi \cdot f \right.$$

Frequenzverhalten: Für $f \rightarrow 0$ wird $A(j\omega) = 0$, für $f \rightarrow \infty$ wird $A(j\omega) = 1$.

3 EMITTERSCHALTUNG MIT GEGENKOPPLUNG

Die Schaltung nach Bild 3-1 besteht aus dem Transistor T und den Widerständen R_C und R_E . Für den Transistor gelte die in Bild 3-2 dargestellte idealisierte Eingangskennlinie.

Weitere Angaben: $R_C = 2 \text{ k}\Omega$, $\alpha = 1$.

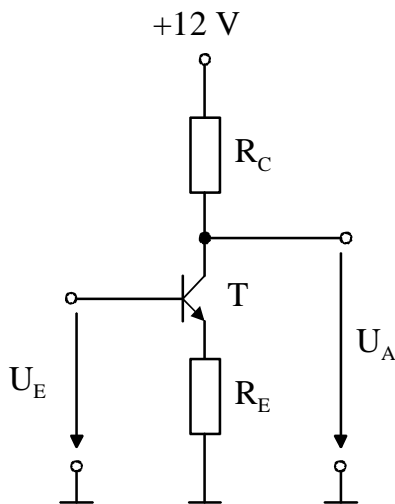


Bild 3-1 Transistorschaltung

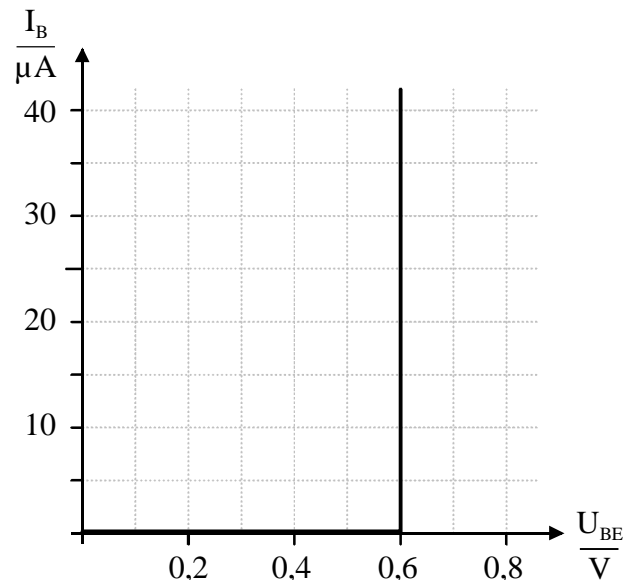
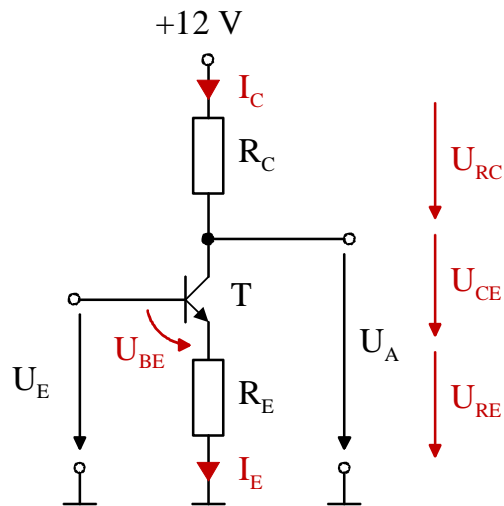


Bild 3-2 Eingangskennlinie von T

- Bei einer Eingangsspannung von $U_E = 5 \text{ V}$ soll ein Kollektorstrom $I_C = 2 \text{ mA}$ fließen. Dimensionieren Sie R_E und bestimmen Sie den Wert der Ausgangsspannung U_A .
- Mit welchem Wert der Eingangsspannung U_E wird der Transistor in die Sättigung gebracht ($U_{CE,SAT} = 0,2 \text{ V}$)?
- Berechnen Sie den Eingangswiderstand der Schaltung. Dazu kann die Gleichstromverstärkung mit $B = 200$ angenommen werden.
- Bestimmen Sie den Wert der Kleinsignalverstärkung $A = \frac{u_a}{u_e}$ sowie die Ausgangsspannung U_A für $U_E = 3,9 \text{ V}$.
- Zeichnen Sie das Kleinsignal-Ersatzschaltbild der Anordnung nach Bild 3-1 und geben Sie an, um welche Transistor-Grundsaltung es sich handelt.
- Geben Sie die Übertragungsfunktion $U_A = f(U_E)$ an.

LÖSUNG 3

BESTIMMUNG VON R_E UND U_A FÜR VORGEGEBENES I_C UND U_E



Der Spannungsumlauf am Eingangskreis liefert:

$$U_E = U_{BE} + U_{RE} = U_{BE} + I_E \cdot R_E$$

Nach R_E aufgelöst ergibt sich:

$$R_E = \frac{U_E - U_{BE}}{I_E} = \frac{U_E - U_{BE}}{I_C} = \frac{5V - 0,6V}{2mA} = 2,2m\Omega \quad \left| \text{mit } I_C = I_E (\alpha = 1) \right.$$

Für den Ausgangskreis gilt:

$$U_A = 12V - U_{RC} = 12V - I_C \cdot R_C = 12V - 2mA \cdot 2k\Omega = 8V$$

BESTIMMUNG VON U_E FÜR DEN SÄTTIGUNGSBETRIEB

Der Spannungsumlauf im Ausgangskreis ergibt:

$$12\text{V} = U_{RC} + U_{CE} + U_{RE} = I_C \cdot R_C + U_{CE} + I_E \cdot R_E \quad (1)$$

Mit $I_C = I_E$ läßt sich der Ausdruck wie folgt umsetzen:

$$12\text{V} = U_{CE} + I_E \cdot (R_C + R_E) \quad \text{oder} \quad I_E = \frac{12\text{V} - U_{CE}}{R_C + R_E} \quad (2)$$

Als Spannungsumlauf im Eingangskreis gilt:

$$U_E = I_E \cdot R_E + U_{BE} \quad (3)$$

(2) in (3) eingesetzt liefert eine Beziehung für U_E :

$$U_E = \frac{12\text{V} - U_{CE}}{\frac{R_C}{R_E} + 1} + U_{BE} \quad (4)$$

Für $U_{E,SAT}$ gilt entsprechend:

$$U_{E,SAT} = \frac{12\text{V} - U_{CE,SAT}}{\frac{R_C}{R_E} + 1} + U_{BE} = \frac{12\text{V} - 0,2\text{V}}{\frac{2\text{k}\Omega}{2,2\text{k}\Omega} + 1} + 0,6\text{V} = 6,8\text{V} \quad (5)$$

BESTIMMUNG DES EINGANGSWIDERSTANDES

Für den Eingangswiderstand müssen Groß- und Kleinsignalverhalten getrennt betrachtet werden. Für das Großsignalverhalten gilt:

$$R_{\text{EIN}} = \frac{U_E}{I_B}$$

Mit $I_E = I_B \cdot \beta$ folgt:

$$R_{\text{EIN}} = \frac{U_E}{I_E} \cdot \beta = \frac{5\text{V}}{2\text{mA}} \cdot 200 = 500\text{k}\Omega$$

Für das Kleinsignalverhalten kann die aus der Vorlesung bekannte Formel für den Eingangswiderstand der Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung verwendet werden:

$$r_{\text{EIN}} = r_{\text{BE}} + \beta \cdot R_E$$

Es gilt $r_{\text{BE}} = 0$ wegen der idealisierten Eingangskennlinie. Setzt man außerdem $\beta \approx B$, folgt:

$$r_{\text{EIN}} \approx B \cdot R_E = 200 \cdot 2,2\text{k}\Omega = 440\text{k}\Omega$$

BESTIMMUNG DER KLEINSIGNALVERSTÄRKUNG A

Die aus der Vorlesung bekannte Formel für die Verstärkung der stromgegengekoppelten Emitterschaltung lautet:

$$A = \frac{u_A}{u_E} = -\frac{R_C}{R_E + \frac{U_T}{I_C}}$$

Bei Raumtemperatur kann $U_T = 26\text{mV}$ angenommen werden. I_C muß berechnet werden:

$$I_C = I_E = \frac{(U_E - U_{BE})}{R_E} = \frac{3,9\text{V} - 0,6\text{V}}{2,2\text{k}\Omega} = 1,5\text{mA}$$

Damit berechnet sich A zu:

$$A = -\frac{2\text{k}\Omega}{2,2\text{k}\Omega + \frac{26\text{mV}}{1,5\text{mA}}} = -\frac{2\text{k}\Omega}{2,2\text{k}\Omega + 17,3\Omega} \approx -0,9$$

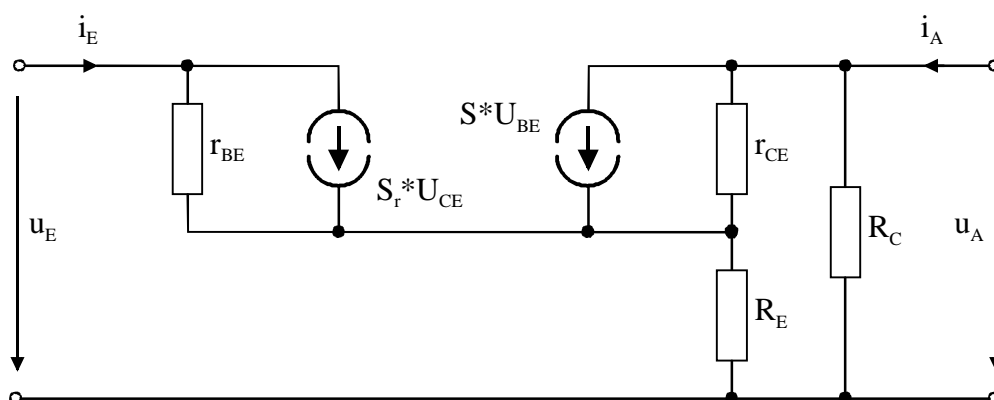
$\frac{U_T}{I_C}$ entspricht $\frac{1}{S}$. Mit $\frac{1}{S} = 17,3\Omega$ und $R_E = 2,2\text{k}\Omega$ gilt $R_E \gg \frac{1}{S}$. Für die Verstärkung gilt dann vereinfacht:

$$A = -\frac{R_C}{R_E}$$

Damit ist die Schaltung also nicht mehr von den Transistorparametern abhängig.

KLEINSIGNALERSATZSCHALTBILD

Es handelt sich um eine Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung:

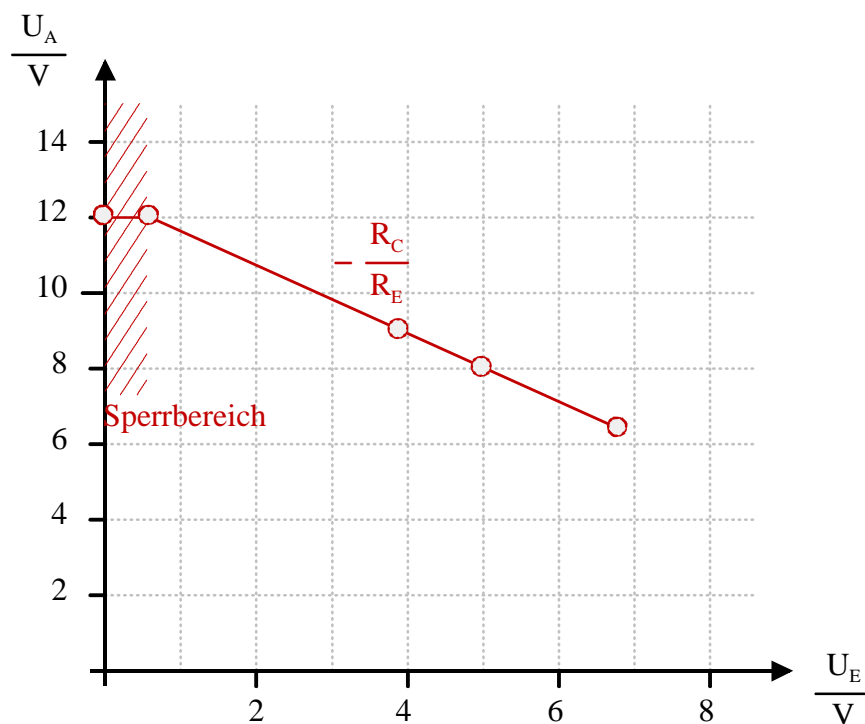


ÜBERTRAGUNGSFUNKTION

Für die Übertragungsfunktion sind einige „typische“ Wertepaare für Eingangs- und Ausgangsspannungen gegeneinander aufzutragen. Aus den vorigen Teilaufgaben können bereits einige Wertepaare übernommen werden. Ansonsten sind Werte vom gesperrten Zustand ($U = 0V$) bis zur Sättigung zu benutzen.

$\frac{U_E}{V}$	$\frac{U_A}{V}$	Bemerkung
0	12	Transistor im gesperrten Zustand
0,6	12	Transistor im gesperrten Zustand
3,9	9	Teilaufgabe d)
5	8	Teilaufgabe a)
6,8	6,4	Teilaufgabe b) ($U_A = U_{CE} + U_{RE}$)

Diese Werte trägt man in ein Diagramm mit U_A über U_E ein und verbindet die Punkte:



4 SCHALTUNG MIT MOS-TRANSISTOR

In Bild 4-1 ist eine Verstärkerschaltung mit dem MOS-Transistor T dargestellt. Der Transistor soll im „aktiven Bereich“ mit einem Strom $I_D = 2 \text{ mA}$ betrieben werden. Als Transistorparameter sind bekannt:

$$U_t = 2 \text{ V}, \mu_N \cdot c_{OX} = 10 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^2} \text{ und } \frac{W}{L} = 100.$$

Weitere Angaben: $R_1 = 2 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, $U_B = 24 \text{ V}$.

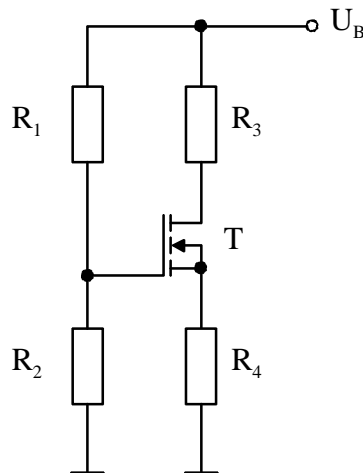
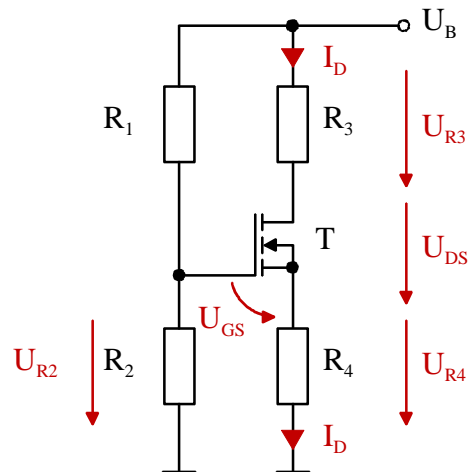


Bild 4-1 Schaltung mit MOS-Transistor

- Berechnen Sie für den geforderten Betriebsfall die Spannung U_{GS} .
- Bestimmen Sie den Wert des Widerstandes R_4 , der zur Einstellung der unter a) berechneten Spannung zwischen Gate- und Source-Anschluß erforderlich ist.
- Welche Bedingung muß der Widerstand R_3 erfüllen, damit ein Betrieb des Transistors im „aktiven Bereich“ sichergestellt ist?
- Zeichnen Sie das Ausgangskennlinienfeld eines selbstleitenden sowie eines selbstsperrenden n-Kanal-MOSFETs. Kennzeichnen Sie charakteristische Bereiche und Kennwerte.

LÖSUNG 4

BESTIMMUNG VON U_{GS} FÜR VORGEgebenES $I_D = 2 \text{ mA}$



Für die Berechnung von I_D aus physikalischen Größen kann die folgende Formel aus der Vorlesung benutzt werden:

$$I_D = \frac{w}{l} \cdot \mu_N c_{OX} \cdot \frac{1}{2} \cdot (U_{GS} - U_T)^2$$

Aufgelöst nach U_{GS} ergibt sich:

$$U_{GS} = U_T + \sqrt{\frac{1 \cdot 2 \cdot I_D}{w \cdot \mu_N c_{OX}}} = 2\text{V} + \sqrt{\frac{1 \cdot 2 \cdot 2\text{mA}}{100 \cdot 10 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^2}}} = 4\text{V}$$

BERECHNUNG VON R_4

Der Spannungsumlauf am Eingangskreis ergibt:

$$U_{R2} = U_{GS} + U_{R4} = U_{GS} + I_D \cdot R_4 \quad (1)$$

Da beim MOSFET für den Gate-Strom $I_G = 0$ angenommen werden kann, ergibt sich U_{R2} nur aus dem Spannungsteiler mit R_1 und R_2 :

$$U_{R2} = U_B \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

(2) in (1) eingesetzt und nach R_4 aufgelöst ergibt:

$$R_4 = \frac{U_B \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{GS}}{I_D} = \frac{24V \cdot \frac{1M\Omega}{2M\Omega + 1M\Omega} - 4V}{2mA} = 2k\Omega$$

BERECHNUNG VON R_3

Die Grenze vom Triodenbereich zum Sättigungsbereich („aktiver Bereich“) wird von folgender Bedingung aus der Vorlesung bestimmt:

$$U_{DS} \geq U_{GS} - U_T$$

Es ist also eine minimale Drain-Source-Spannung $U_{DS,MIN}$ erforderlich. Ein weiterer Zusammenhang für U_{DS} ergibt sich aus dem Spannungsumlauf am Ausgangskreis:

$$U_B = U_{R3} + U_{DS} + U_{R4} = U_{DS} + I_D \cdot (R_3 + R_4)$$

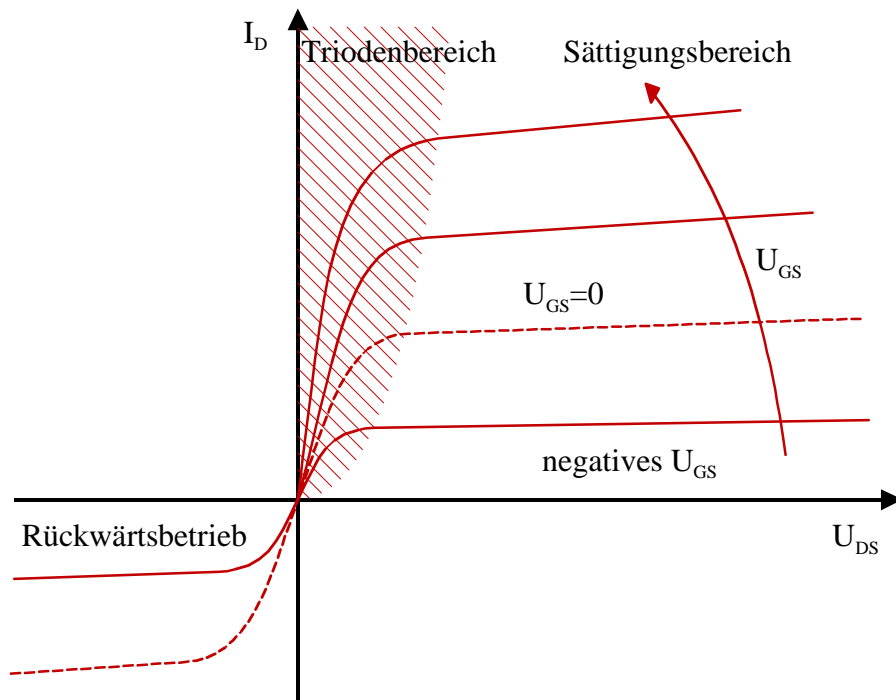
Man beachte, daß $I_S = I_D$ gilt. Die Formel nach R_3 aufgelöst:

$$R_3 = \frac{U_B - U_{DS}}{I_D} - R_4$$

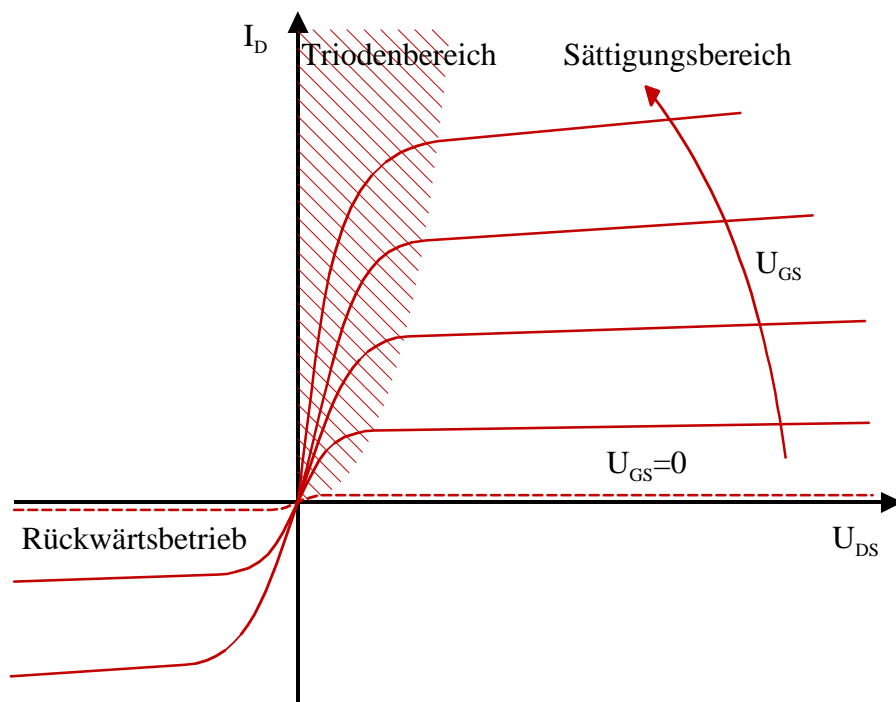
Setzt man $U_{DS,MIN}$ für U_{DS} , ergibt sich der folgende Maximalwert (wegen des Vorzeichens von U_{DS} !) für R_3 :

$$R_{3,MAX} = \frac{U_B - U_{DS,MIN}}{I_D} - R_4 = \frac{24V - 2V}{2mA} - 2k\Omega = 9k\Omega$$

AUSGANGSKENNLINIENFELDER DES N-KANAL-MOSFETS



Selbstleitender n-Kanal-MOSFET



Selbstopfender n-Kanal-MOSFET

5 NMOS-INVERTER

In Bild 5-1 ist ein NMOS-Inverter dargestellt, der aus zwei NMOS-Transistoren T_1 und T_2 aufgebaut und an seinem Ausgang durch einen Kondensator C kapazitiv belastet ist. Das Diagramm nach Bild 5-2 zeigt das Ausgangskennlinienfeld des Schalttransistors T_2 (selbstopfernder Typ), in das die Kennlinie des als Last arbeitenden Transistors T_1 (selbstleitender Typ) eingetragen ist. Die Eingangsspannung U_E liegt zwischen Gate und Source von T_2 , die Ausgangsspannung U_A wird über dem Kondensator C abgegriffen.

Weitere Angaben: $C = 100 \text{ pF}$ und $U_{DD} = 5 \text{ V}$.

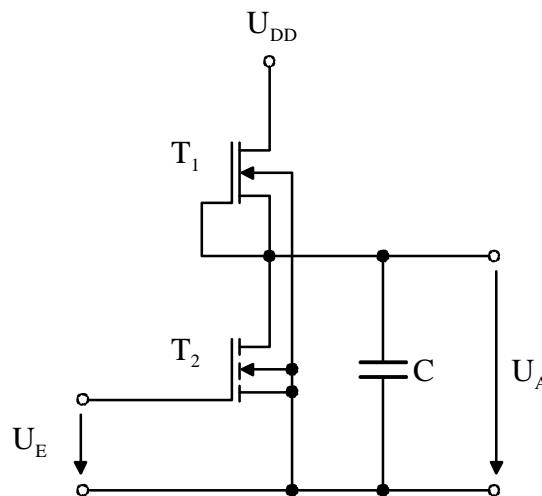


Bild 5-1 NMOS-Inverter

- Konstruieren Sie die Übertragungskennlinie $U_A = f(U_E)$ ohne Belastung des Ausgangs durch C .
- Bestimmen Sie den Verlauf des Stromes I_D in T_2 als Funktion von U_E . Auch hier soll der Kondensator nicht berücksichtigt werden.
- Die Schaltung sei nun am Ausgang mit dem Kondensator C belastet. Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung für die in Bild 5-3 angegebene Eingangsspannung $U_E(t)$.

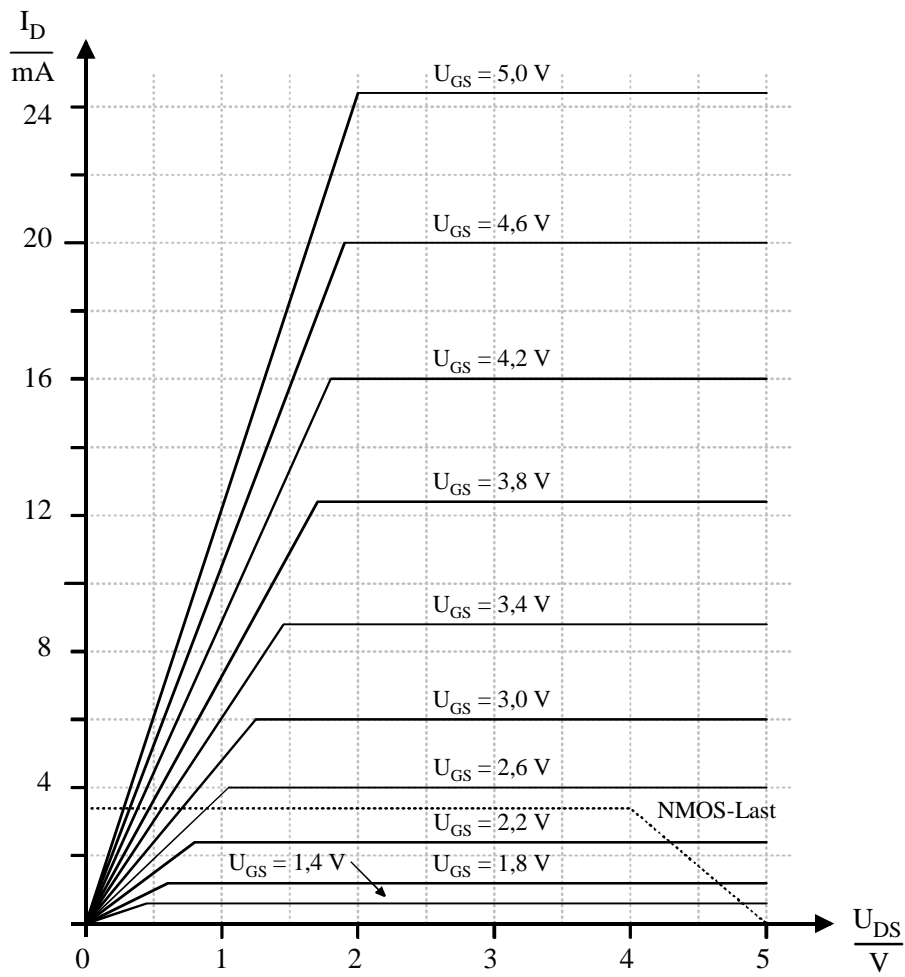


Bild 5-2 Ausgangskennlinienfeld des Transistors T_2 mit Lastkennlinie für T_1

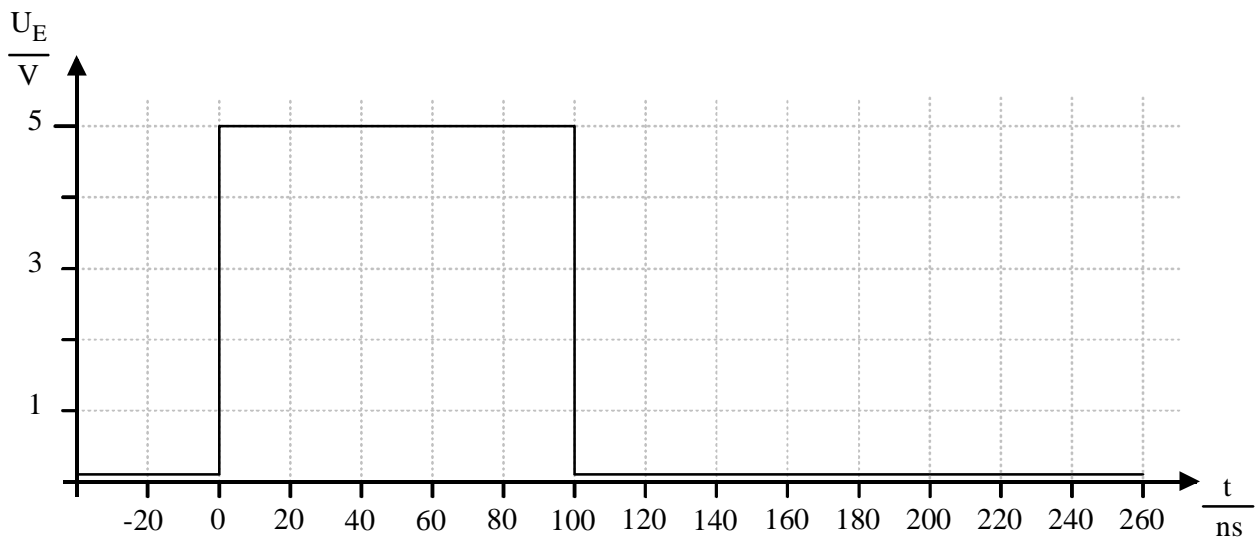
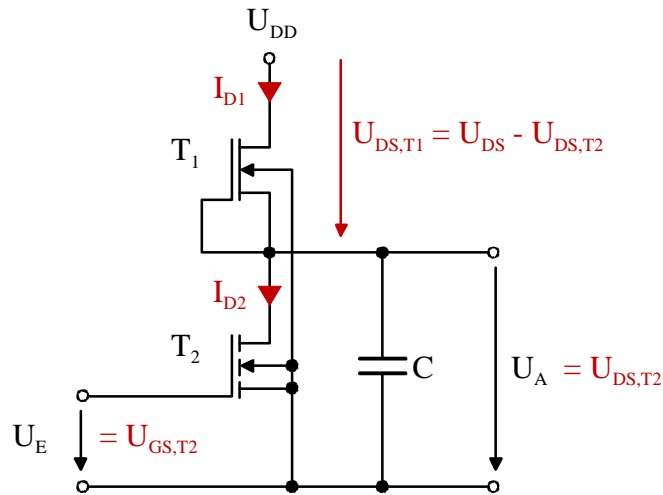


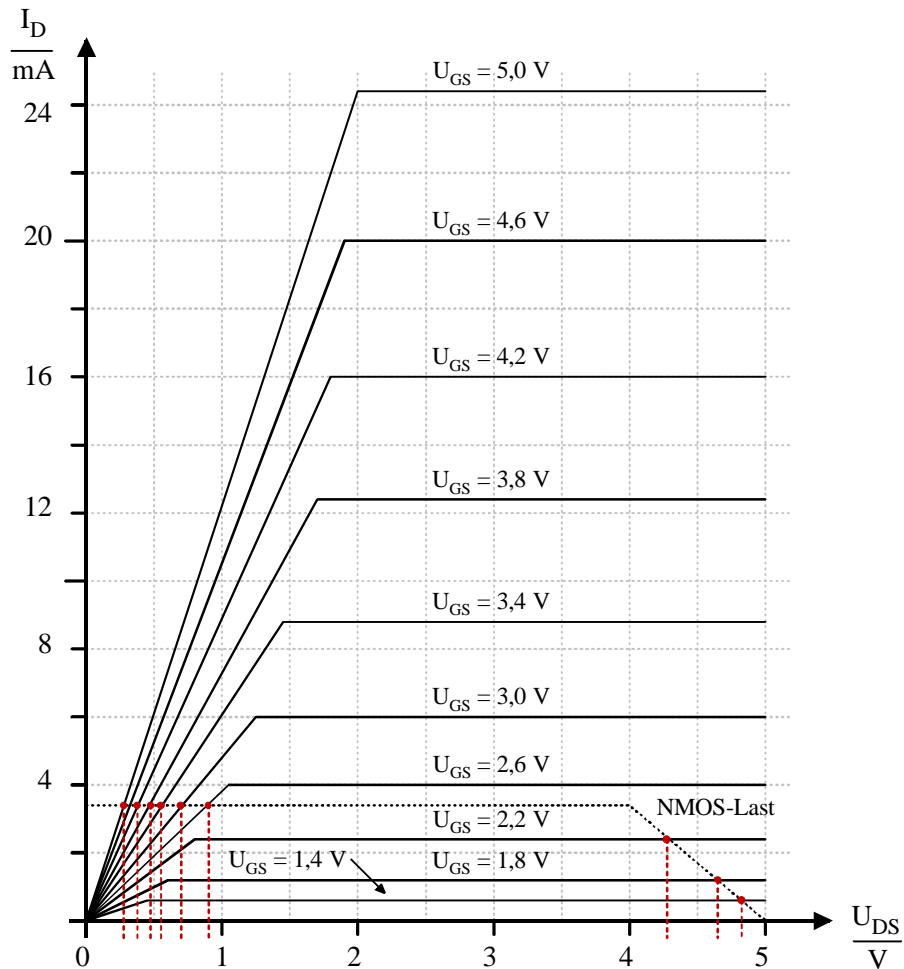
Bild 5-3 Zeitlicher Verlauf der Eingangsspannung U_E

LÖSUNG 5

ÜBERTRAGUNGSFUNKTION

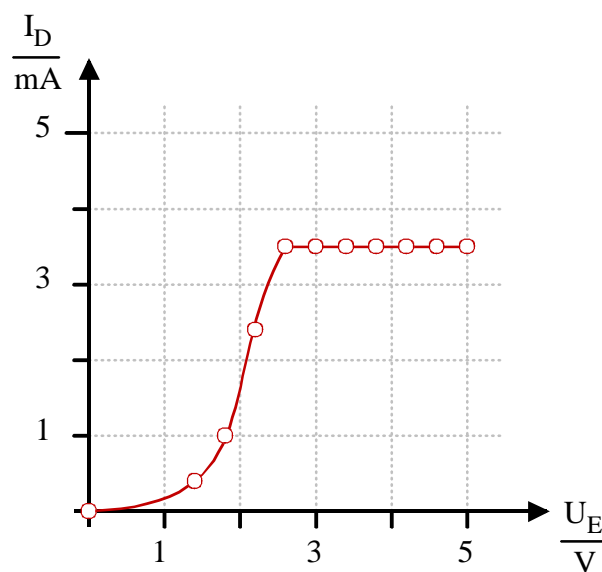
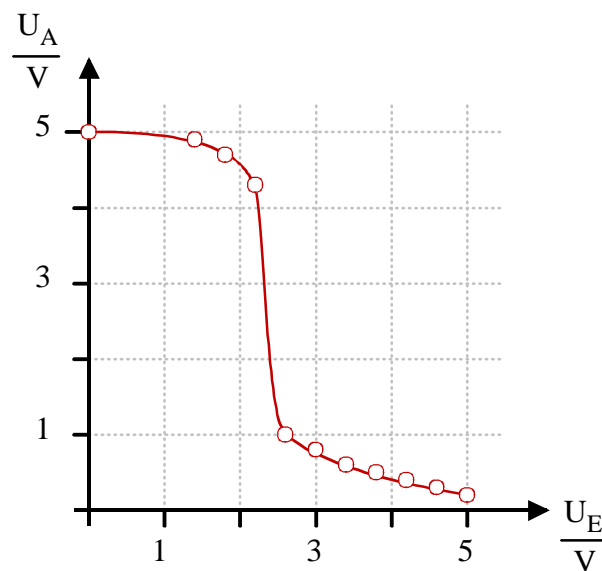


Da die Schaltung an ihrem Ausgang nicht belastet ist, gilt $I_{D1} = I_{D2}$. Damit ergibt sich die Ausgangsspannung U_A aus dem Schnittpunkt der festen T_1 -Lastkennlinie mit der jeweiligen (von U_E abhängigen) Ausgangskennlinie von T_2 . U_E wird zweckmäßigerweise so vorgegeben, daß alle gegebenen T_2 -Kennlinien verwendet werden können (also 0 V, 1,4 V, 1,8 V etc.):



Die abgelesenen Werte (U_A im Aufgabenteil a), I_D im Aufgabenteil b)) überträgt man in eine Tabelle. Anschließend werden die beiden Grafiken mit U_A über U_E und I_D über U_E erstellt:

$\frac{U_E}{V}$	0	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5
$\frac{U_A}{V}$	5	4,9	4,7	4,3	1	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
$\frac{I_D}{mA}$	0	0,4	1,0	2,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5



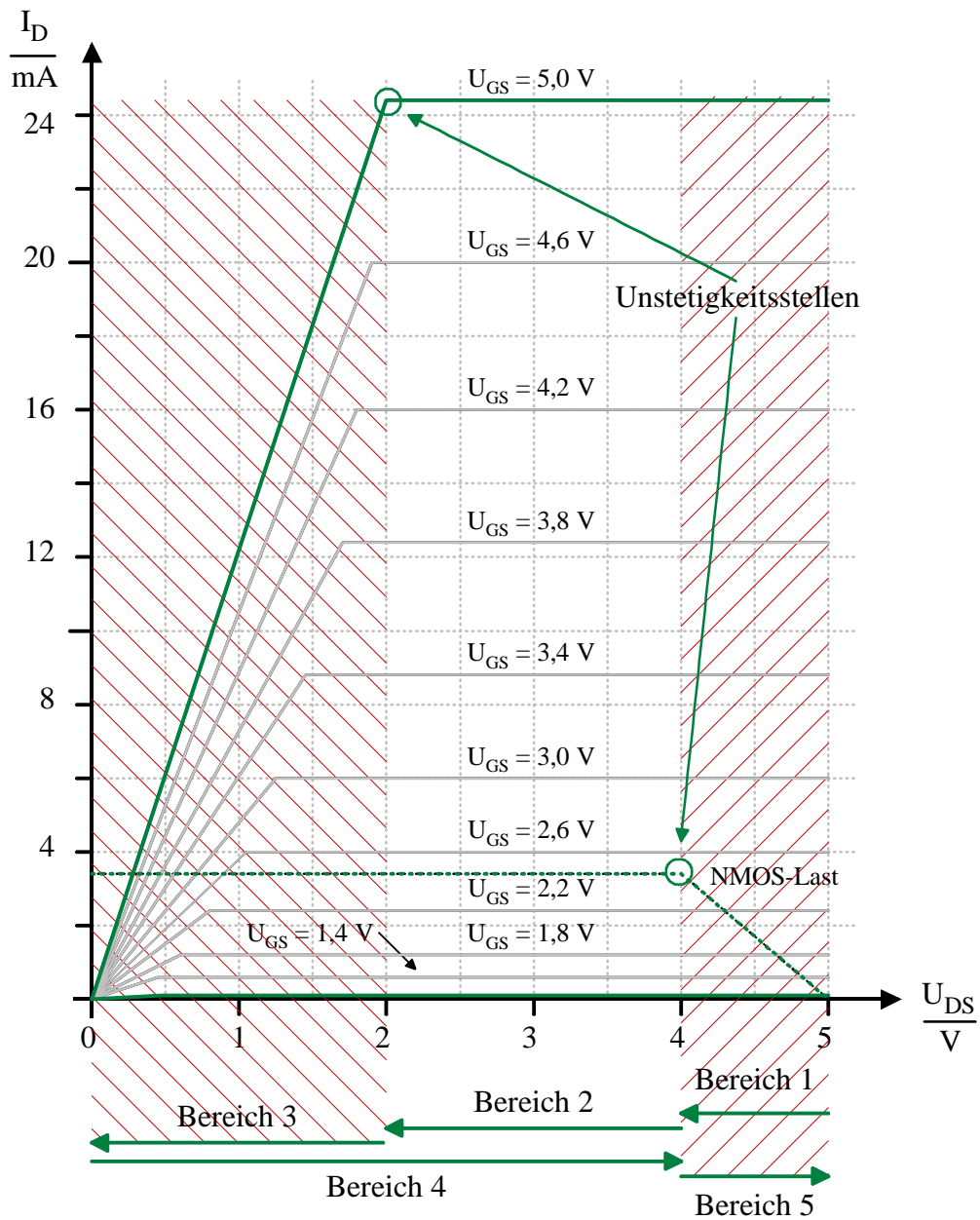
SCHALTFUNKTION

Das Umschalten der Ausgangsspannung ist durch die kapazitive Belastung eine Funktion der Zeit. Zur einfacheren analytischen Bestimmung des Spannungsverlaufs werden die beiden Transistorkennlinien abschnittsweise zerlegt. Ein Abschnitt wird dort vorgenommen, wo die Kennlinie eines Transistors eine Unstetigkeit aufweist (Knick). Es gilt je nach Eingangsspannung (hier 0 V oder 5 V) die entsprechende Ausgangskennlinie für den Transistor T_2 :

Die Kennlinie für die Depletion-Last (T_1) sowie die T_2 -Kennlinie für $U_E = 5$ V haben jeweils eine Unstetigkeitsstelle ($U_A = 4$ V für T_1 und $U_A = 2$ V für T_2). Daher kann der Einschaltvorgang in drei Bereiche unterteilt werden (Bereiche 1-3), das Ausschalten dann in zwei Bereiche (Bereiche 4-5, die Kennlinie für T_2 mit $U_E = 0$ V hat keine Unstetigkeit).

Für Abschnitte mit horizontal verlaufender Kennlinie können Stromquellen anstelle der Transistoren eingesetzt werden. Für schräg verlaufende Kennlinien sind die entsprechenden Widerstände zu ermitteln. Der Wert ergibt sich aus der Steigung (zwei Punkte).

Das Endergebnis eines jeden Bereiches wird für den nachfolgenden als Anfangswert gelten. Für den Anfangswert des ersten Bereiches geht man von einem stationären Zustand aus (Bereich 0).

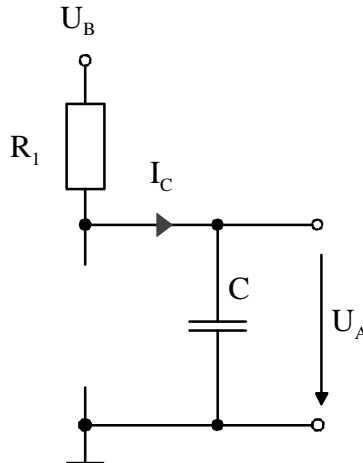


Bereich 0

Gültigkeit: $t < t_0, U_E = 0 \text{ V}$

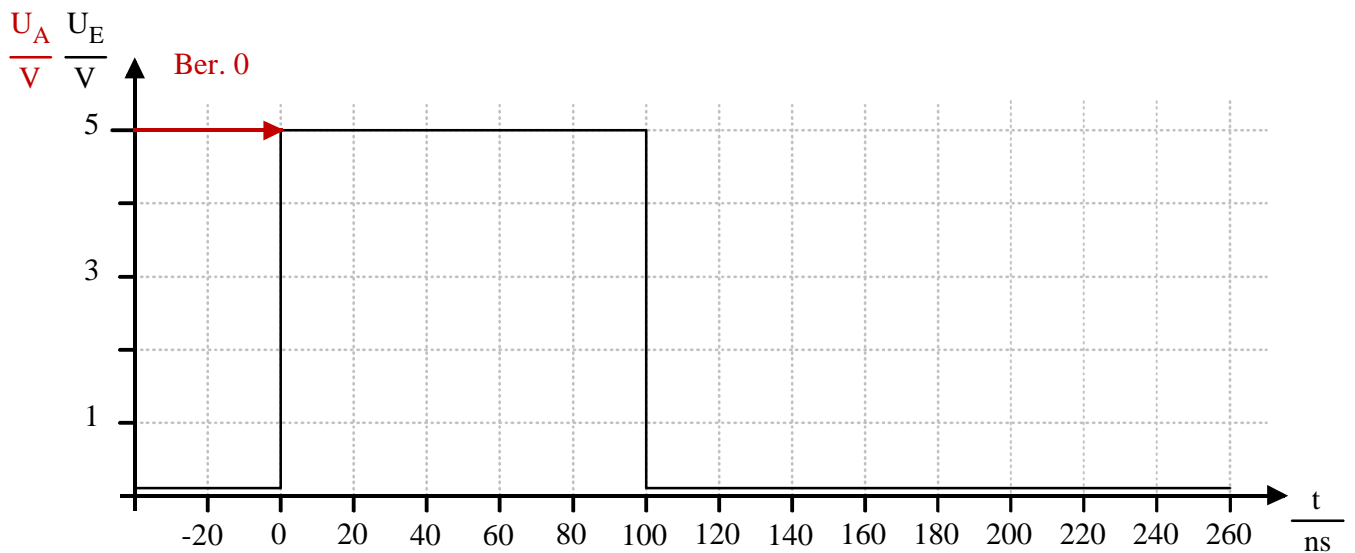
T_1 arbeitet im ohmschen Bereich.

T_2 sperrt ($U_E = 0 \text{ V}$).



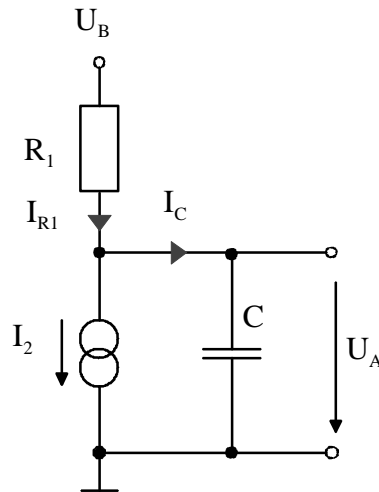
Für den stationären Zustand gilt $I_C = 0$. Damit fällt an R_1 keine Spannung ab, der Kondensator C ist auf $U_A = U_B$ aufgeladen:

$$U_{A,0} = 5 \text{ V}$$



Bereich 1

 Gültigkeit: $t_0 \leq t < t_1, U_E = 5 \text{ V}, 4 \text{ V} \leq U_A \leq 5 \text{ V}$
 T_1 arbeitet im ohmschen Bereich.

 T_2 bildet eine Stromquelle mit $I_2 = 25 \text{ mA}$ (Kennlinie mit $U_{GS} = 5 \text{ V}$).


Für den Kondensator gilt:

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U_C \quad (1) \quad \text{und} \quad \Delta Q = I_C \cdot T \quad (2)$$

 (1) und (2) gleichgesetzt und nach U_C aufgelöst ergibt:

$$\Delta U_C = \frac{I_C \cdot T}{C} \quad (3)$$

 Für ein unendlich kleines Zeitintervall T und $U_C = U_A$ gilt dann:

$$U_A(t+T) = U_A(t) + \frac{I_C(t) \cdot T}{C} \quad \text{oder} \quad U_A'(t) = \frac{I_C(t)}{C} \quad (4)$$

 Das Zeitintervall T muß deshalb unendlich klein gewählt werden, weil I_C selbst von t abhängig ist. Dies wird im folgenden gezeigt.

Für die Ströme am Summenpunkt gilt (Knotenregel):

$$I_C(t) = I_{R1}(t) - I_2 \quad (5)$$

 Für den Strom durch R_1 gilt (Ohmsches Gesetz):

$$I_{R1}(t) = \frac{U_B - U_A(t)}{R_1} \quad (6)$$

(6) in (5) eingesetzt ergibt:

$$I_C(t) = \frac{U_B - U_A(t)}{R_1} - I_2 \quad (7)$$

Da U_A eine Funktion der Zeit ist, ist also auch I_C von t abhängig.

(7) in (4) eingesetzt liefert:

$$U_A(t)' = \frac{\left(\frac{U_B - U_A(t)}{R_1} - I_2 \right)}{C} = \frac{1}{C \cdot R_1} \cdot (U_B - I_2 \cdot R_1 - U_A(t)) \quad (7)$$

Dieser Ausdruck läßt sich nur als Differentialgleichung lösen. Da dies jedoch ist kein Bestandteil dieses Vorlesungs- und Übungsstoffes ist, kann die folgende vereinfachende Vorgehensweise angewandt werden.

Anfangs- und Endwerte werden in gewohnter Weise ermittelt. Der Endwert ist so definiert, daß keine Änderungen der Spannungen und Ströme mehr erfolgen, die Schaltung sich also im „eingeschwungenen Zustand“ befindet ($t \rightarrow \infty$). Die Zeitfunktion wird dann wie folgt definiert:

$$U(t) = U_\infty + U_{\text{HUB}} \cdot e^{-\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)}$$

U_{HUB} bestimmt man aus der Differenz von Anfangs- und Endspannung:

$$U_{\text{HUB}} = U_0 - U_\infty$$

U_0 ist der Endwert aus dem vorigen Bereich.

U_∞ bestimmt man unter der Annahme, daß keine Ausgleichströme mehr fließen (hier $I_C = 0$).

Eine Zeitkonstante τ wird durch die folgende Beziehung gegeben:

$$\tau = R \cdot C$$

Dabei werden alle Cs und Rs entsprechend der Vorgabe für Kleinsignale summiert. D. h. Spannungsquellen bilden einen Kurzschluß, Stromquellen bleiben offen.

Für den Bereich 1 gelten die nachstehenden Werte:

R_1 liest man aus der Ausgangskennlinie ab. Nimmt man die zwei Eckwerte der Kennlinie ($\{5\text{ V}, 0\text{ mA}\}$ und $\{4\text{ V}, 3,5\text{ mA}\}$), entspricht dies einem Widerstand von:

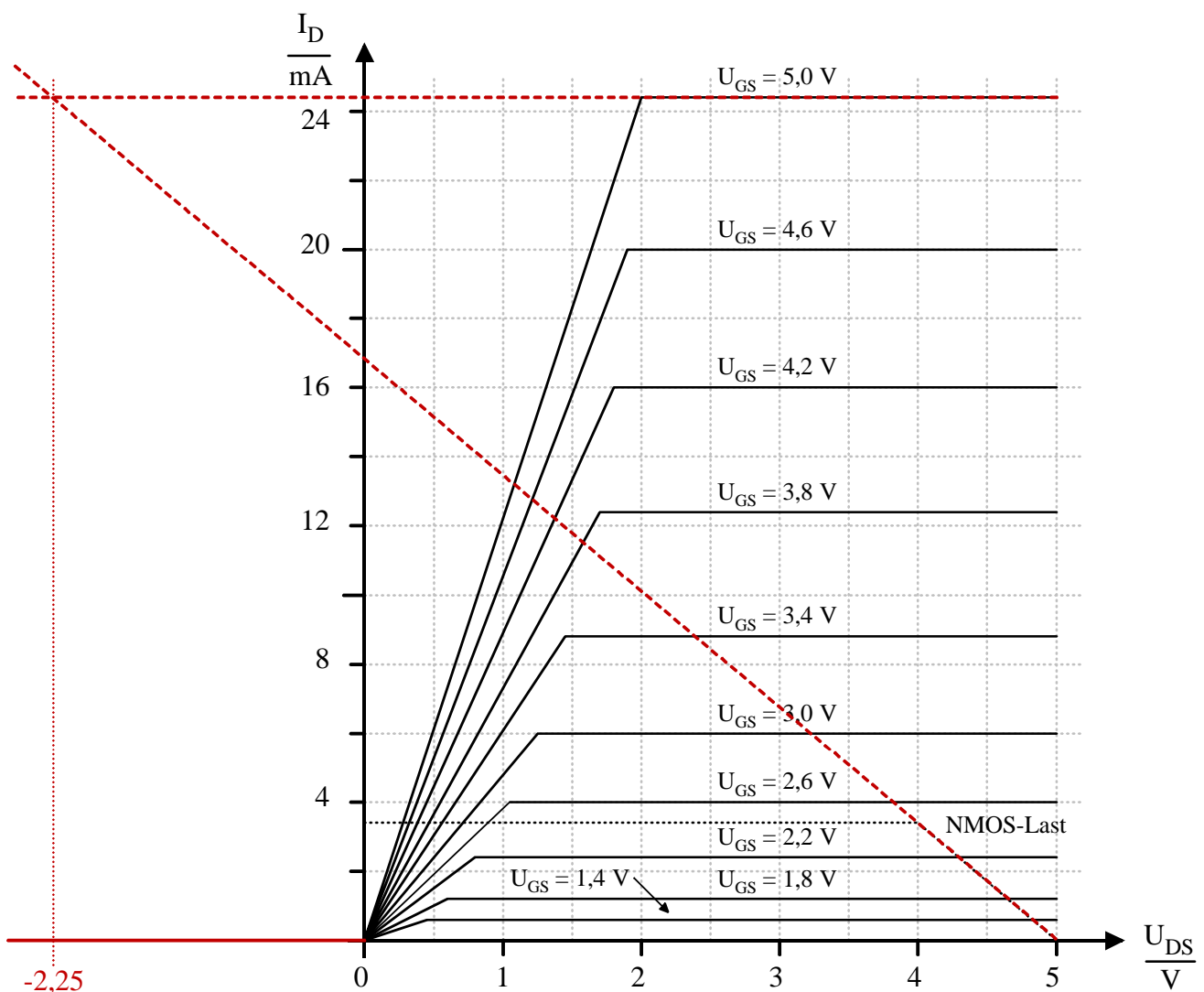
$$R_1 = \frac{5\text{V} - 4\text{V}}{3,5\text{mA}} = 290\Omega$$

Hinweis: Im Diagramm ist die T_1 -Kennlinie zur Bestimmung der Arbeitspunkte an $U_B = 5\text{ V}$ gespiegelt eingetragen. Der Ersatzwiderstand ist also positiv.

Mit $I_C(\infty) = 0$ gilt:

$$U_\infty = U_B - R_1 \cdot I_2 = 5\text{V} - 290\Omega \cdot 25\text{mA} = -2,25\text{V}$$

Diese Spannung wird nicht erreicht, da der Bereich 1 nur von 4 V bis 5 V Gültigkeit hat. Der Endwert wird daher auch „fiktiv“ genannt. Man würde diesen Wert nur erreichen, wenn man die zu diesem Bereich gültigen Kennlinienabschnitte über den Gültigkeitsbereich hinaus verlängerte. Der Schnittpunkt läge dann bei $-2,25\text{ V}$.



Der Spannungshub U_{HUB} ergibt sich zu:

$$U_{\text{HUB}} = U_0 - U_\infty = 5\text{V} + 2,25\text{V} = 7,25\text{V}$$

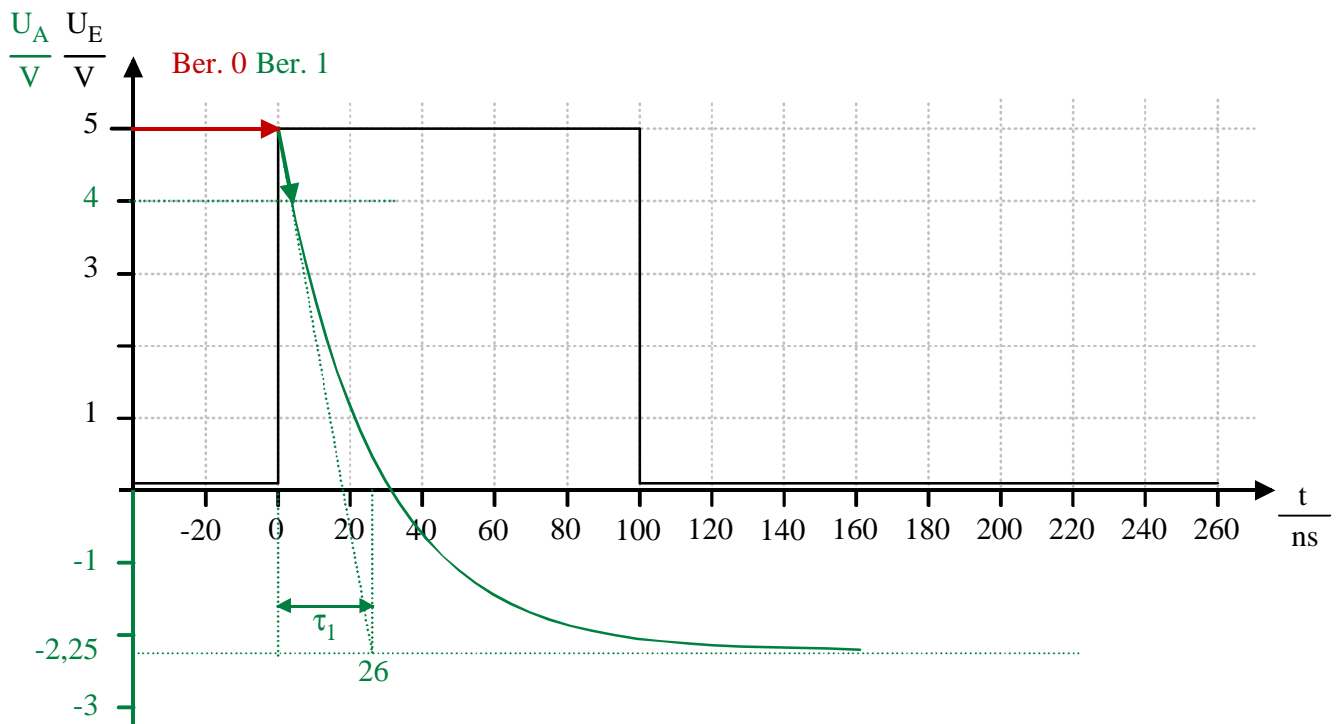
Die Zeitkonstante τ_1 wird zu:

$$\tau_1 = R_1 \cdot C = 290\Omega \cdot 100\text{pF} = 29\text{ns}$$

Damit hat der Bereich 1 die Zeitfunktion:

$$U_{\text{A},1}(t) = -2,25\text{V} + 7,25\text{V} \cdot e^{-\left(\frac{t-t_0}{29\text{ns}}\right)}$$

Die e-Funktion hat eine anfängliche Steigung von $-\frac{U_{\text{HUB}}}{\tau}$. Konstruktiv kann man vom Anfangspunkt eine Gerade ziehen, die bei $t + \tau$ den vollen Spannungshub erreicht. Diese Gerade liegt dann als Tangente im Anfangspunkt der e-Funktion.



Der Zeitpunkt der Bereichsgrenze ($U_A = 4\text{V}$) wird durch Auflösen nach t ermittelt:

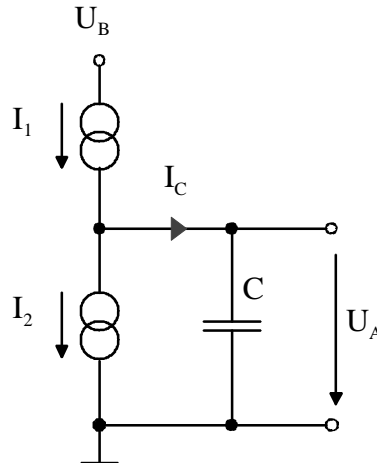
$$t_1 - t_0 = \tau_1 \cdot \ln\left(\frac{U(t_1) - U_\infty}{U_{\text{HUB}}}\right) = 29\text{ns} \cdot \ln\left(\frac{4\text{V} + 2,25\text{V}}{7,25\text{V}}\right) = 4,3\text{ns}$$

Bereich 2

Gültigkeit: $t_1 \leq t < t_2, U_E = 5 \text{ V}, 2 \text{ V} \leq U_A \leq 4 \text{ V}$

T_1 bildet eine Stromquelle mit $I_1 = 3,5 \text{ mA}$.

T_2 bildet eine Stromquelle mit $I_2 = 25 \text{ mA}$ (Kennlinie mit $U_{GS} = 5 \text{ V}$).



Der Kondensator C wird über den konstanten Strom I_C entladen:

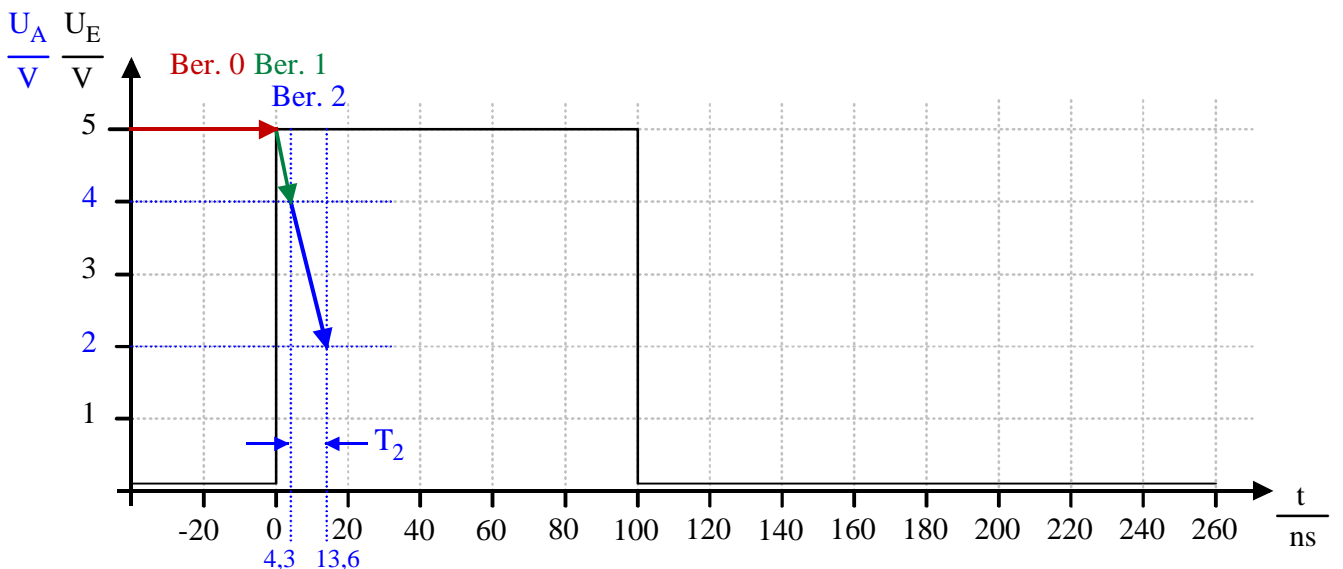
$$I_C = I_1 - I_2 = 3,5\text{mA} - 25\text{mA} = -21,5\text{mA}$$

Wegen $\Delta U_C = \frac{I_C \cdot T}{C}$ gilt für die Kondensatorspannung:

$$U_{A,2}(t) = U_A(t_1) + \frac{I_C \cdot T_2}{C}$$

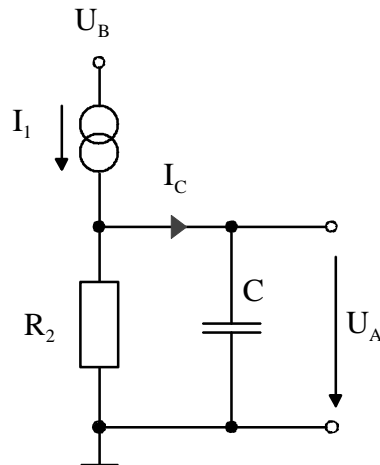
Der Zeitpunkt der Bereichsgrenze ($U_A = 2 \text{ V}$) wird durch Auflösen nach T_2 ermittelt:

$$T_2 = \frac{I_C \cdot C}{\Delta U_A} = \frac{-21,5\text{mA} \cdot 100\text{pF}}{2\text{V} - 4\text{V}} = 9,3\text{ns}$$



Bereich 3

 Gültigkeit: $t_2 \leq t < t_3, U_E = 5 \text{ V}, 0 \text{ V} \leq U_A \leq 2 \text{ V}$
 T_1 bildet eine Stromquelle mit $I_1 = 3,5 \text{ mA}$.

 T_2 arbeitet im ohmschen Bereich.


Die Vorgehensweise entspricht dem Bereich 1. R_2 liest man aus der Ausgangskennlinie ab. Nimmt man die zwei Eckwerte der Kennlinie ($\{2 \text{ V}, 25 \text{ mA}\}$ und $\{0 \text{ V}, 0 \text{ mA}\}$), entspricht dies einem Widerstand von:

$$R_2 = \frac{2\text{V} - 0\text{V}}{25\text{mA}} = 80\Omega$$

 Mit $I_C(\infty) = 0$ gilt:

$$U_\infty = R_2 \cdot I_1 = 80\Omega \cdot 3,5\text{mA} = 0,28\text{V}$$

 Der Spannungshub U_{HUB} ergibt sich zu:

$$U_{\text{HUB}} = U_0 - U_\infty = 2\text{V} - 0,28\text{V} = 1,72\text{V}$$

 Die Zeitkonstante τ_2 wird zu:

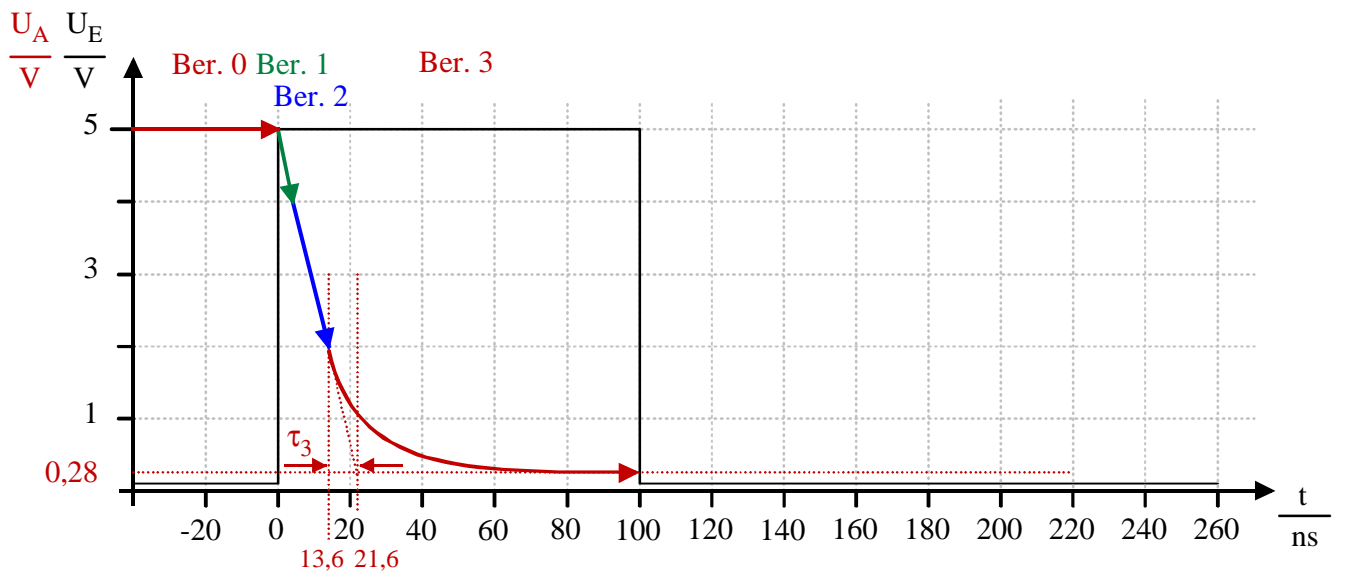
$$\tau_2 = R_2 \cdot C = 80\Omega \cdot 100\text{pF} = 8\text{nS}$$

Damit hat der Bereich 3 die Zeitfunktion:

$$U_{A,3}(t) = 0,28\text{V} + 1,72\text{V} \cdot e^{-\left(\frac{t-t_2}{8\text{nS}}\right)}$$

Die Spannung am Ende des Zeitintervalls kann durch Einsetzen bestimmt werden:

$$U_{A,3}(100\text{ns}) = 0,28\text{V} + 1,72\text{V} \cdot e^{-\left(\frac{100\text{ns}-13,6\text{nS}}{8\text{nS}}\right)} \approx 0,28\text{V}$$

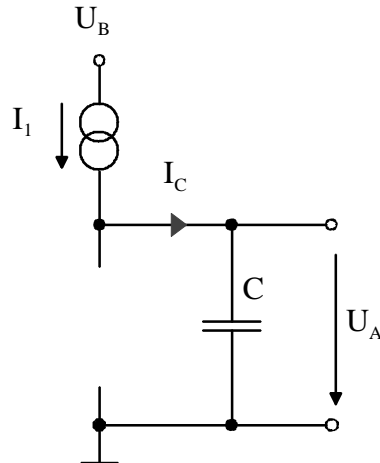


Bereich 4

Gültigkeit: $t_3 \leq t < t_4, U_E = 0 \text{ V}, 0 \text{ V} \leq U_A \leq 4 \text{ V}$

T_1 bildet eine Stromquelle mit $I_1 = 3,5 \text{ mA}$.

T_2 sperrt.



Der Kondensator C wird über den konstanten Strom I_C aufgeladen:

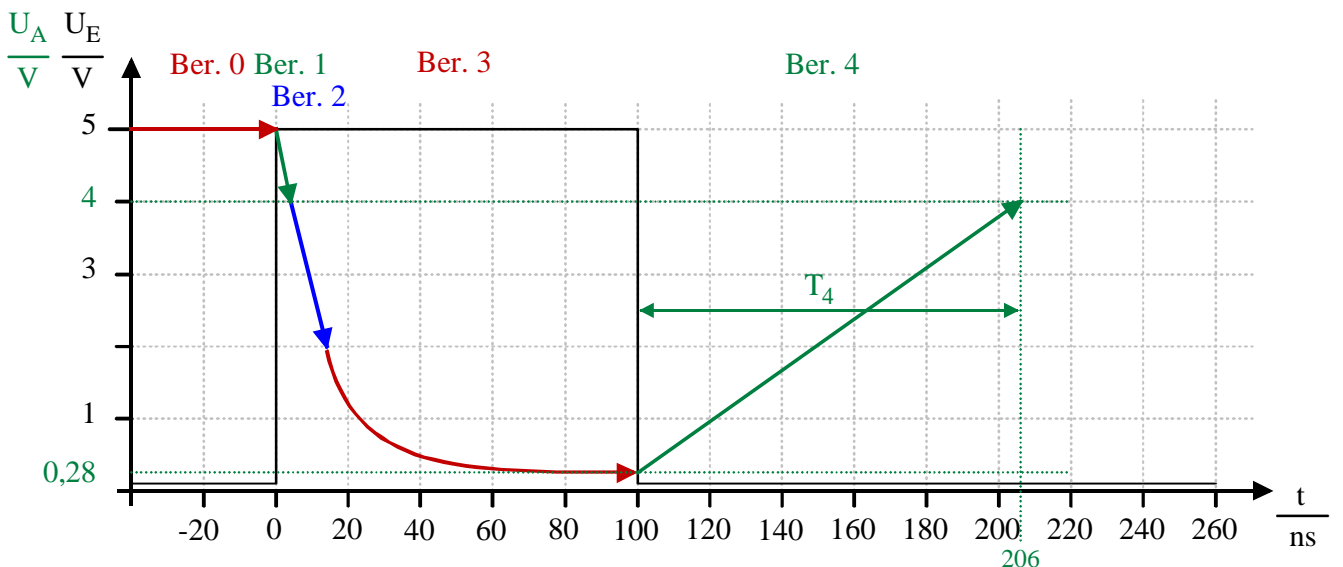
$$I_C = I_1 = 3,5 \text{ mA}$$

Wegen $\Delta U_C = \frac{I_C \cdot T}{C}$ gilt für die Kondensatorspannung:

$$U_{A,4}(t) = U_A(t_3) + \frac{I_C \cdot T_4}{C}$$

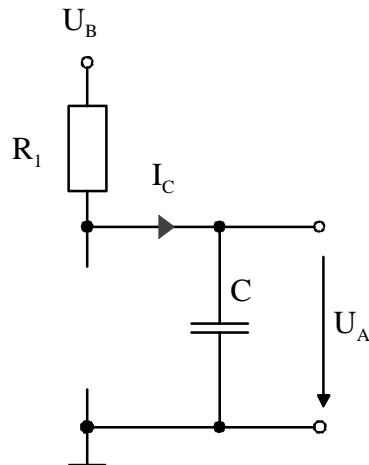
Der Zeitpunkt der Bereichsgrenze ($U_A = 4 \text{ V}$) wird durch Auflösen nach T_4 ermittelt:

$$T_4 = \frac{I_C \cdot C}{\Delta U_A} = \frac{3,5 \text{ mA} \cdot 100 \text{ pF}}{4 \text{ V} - 0,28 \text{ V}} \approx 106 \text{ ns}$$



Bereich 5

 Gültigkeit: $t_4 \leq t < t_5, U_E = 0 \text{ V}, 4 \text{ V} \leq U_A \leq 5 \text{ V}$
 T_1 arbeitet im ohmschen Bereich.

 T_2 sperrt.

 Mit $I_C(\infty) = 0$ gilt:

$$U_\infty = U_B = 5 \text{ V}$$

 Der Spannungshub U_{HUB} ergibt sich zu:

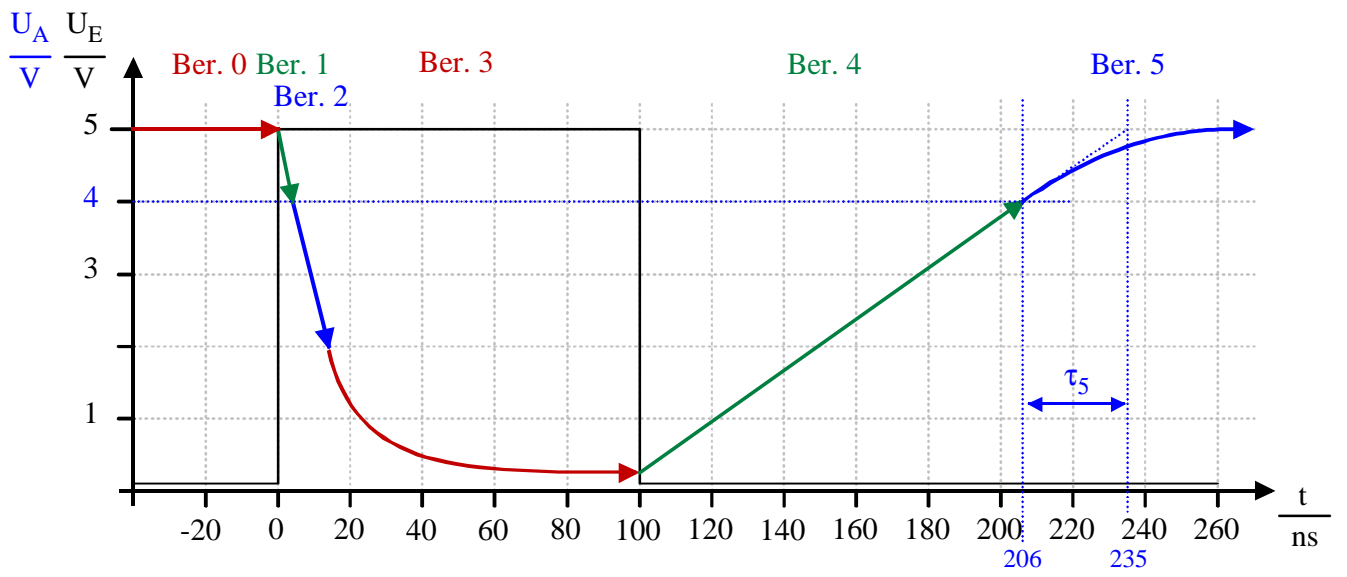
$$U_{\text{HUB}} = U_0 - U_\infty = 4 \text{ V} - 5 \text{ V} = -1 \text{ V}$$

 Die Zeitkonstante τ_5 wird zu:

$$\tau_5 = R_1 \cdot C = 290 \Omega \cdot 100 \text{ pF} = 29 \text{ ns}$$

Damit hat der Bereich 5 die Zeitfunktion:

$$U_{A,5}(t) = 5 \text{ V} - 1 \text{ V} \cdot e^{-\left(\frac{t-t_4}{29 \text{ ns}}\right)}$$



6 BIPOLARER DIFFERENZVERSTÄRKER

Der Differenzverstärker in Bild 6-1 besteht aus zwei identischen Bipolartransistoren T_1 und T_2 , zwei Widerständen R_C sowie der Konstantstromquelle I_K . Zur Untersuchung der verschiedenen Betriebsarten des Differenzverstärkers seien die Ausgangsspannungen U_{C1} und U_{C2} für folgende Fälle anzugeben:

- $U_{B1} = U_{B2} = 1 \text{ V}$
- $U_{B1} = 1 \text{ V}, U_{B2} = 0 \text{ V}$
- $U_{B1} = -1 \text{ V}, U_{B2} = 0 \text{ V}$
- Berechnen Sie die Differenzspannung U_D ($U_D = U_{B1} - U_{B2}$), bei der ein Strom $I_{E1} = 0,99 I_K$ fließt ($U_T = 25 \text{ mV}$).

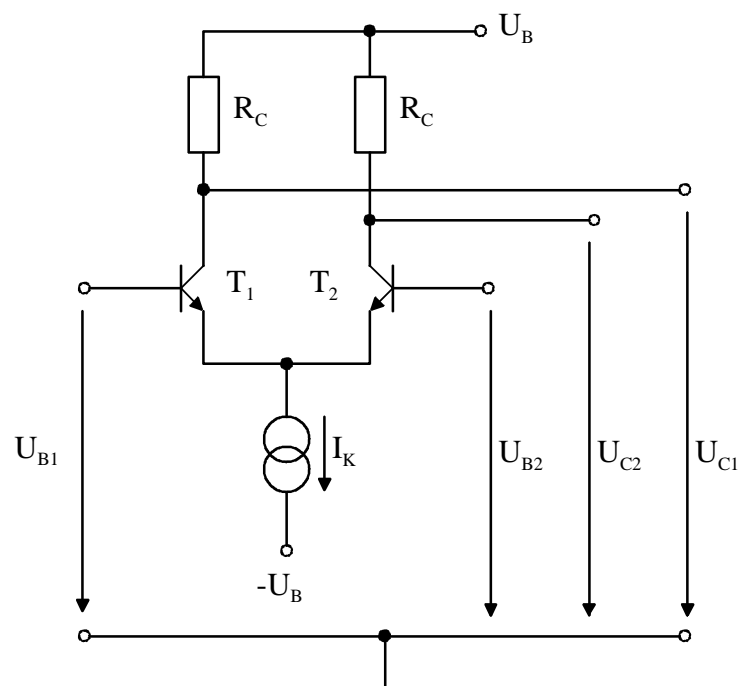
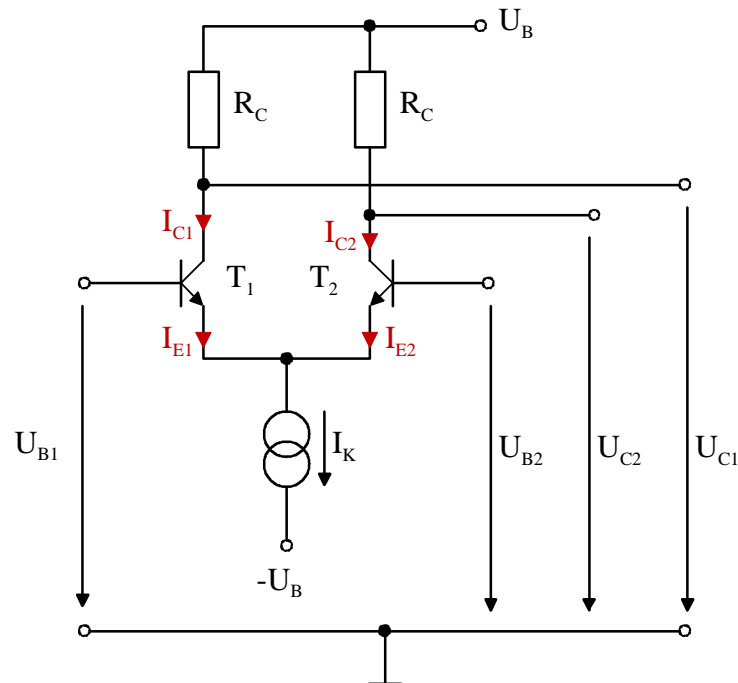


Bild 6-1 Bipolarer Differenzverstärker

LÖSUNG 6

$$U_{B1} = U_{B2} = 1 \text{ V}$$



Da keine Angaben zu R_C , I_K und T vorliegen, ist von einer typischen OP-Eingangsstufe auszugehen:

- Beide Transistoren sind gleich.
- Keine Sättigung im Bereich der Stromumschaltung: $\left| \frac{U_D}{U_T} \right| < 5$

Mit $U_{B1} = U_{B2}$ ($U_D = 0$) leiten beide Transistoren. Der Strom teilt sich symmetrisch auf:

$$I_{E1} = I_{E2} = \frac{1}{2} \cdot I_K$$

Und mit $I_C = \alpha \cdot I_E$:

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot I_K$$

Für die Ausgangsspannungen gilt:

$$U_{C1} = U_{C2} = U_B - I_{C1} \cdot R_C = U_B - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot I_K \cdot R_C$$

$$U_{B1} = 1 \text{ V}, U_{B2} = 0 \text{ V}$$

Die Differenzspannung $U_D = U_{B1} - U_{B2} = 1 \text{ V}$ liegt weit außerhalb des Umschaltbereichs $\left| \frac{U_D}{U_T} \right| < 5$:

$$\left| \frac{U_D}{U_T} \right| \approx \frac{1 \text{ V}}{25 \text{ mV}} = 40 \gg 5$$

Der Strom I_K fließt vollständig durch T_1 :

$$I_{E1} = I_K, I_{E2} = 0$$

Und mit $I_C = \alpha \cdot I_E$:

$$I_{C1} = \alpha \cdot I_K, I_{C2} = 0$$

Für die Ausgangsspannungen gilt:

$$U_{C1} = U_B - \alpha \cdot I_K \cdot R_C, U_{C2} = U_B$$

$$U_{B1} = -1 \text{ V}, U_{B2} = 0 \text{ V}$$

Die Differenzspannung $U_D = U_{B1} - U_{B2} = -1 \text{ V}$ liegt weit außerhalb des Umschaltbereichs $\left| \frac{U_D}{U_T} \right| < 5$:

$$\left| \frac{U_D}{U_T} \right| \approx \frac{1 \text{ V}}{25 \text{ mV}} = 40 \gg 5$$

Der Strom I_K fließt vollständig durch T_2 :

$$I_{E1} = 0, I_{E2} = I_K$$

Und mit $I_C = \alpha \cdot I_E$:

$$I_{C1} = 0, I_{C2} = \alpha \cdot I_K$$

Für die Ausgangsspannungen gilt:

$$U_{C1} = U_B, U_{C2} = U_B - \alpha \cdot I_K \cdot R_C$$

DIFFERENZSPANNUNG U_D FÜR $I_{E1} = 0,99 \cdot I_K$

Bei gleichen Transistorparametern gilt:

$$\frac{I_{E1}}{I_{E2}} = e^{\left(\frac{U_{B1}-U_{B2}}{U_T}\right)}$$

Mit $I_K = I_{E1} + I_{E2}$ erhält man nach Umformung:

$$\frac{I_K}{I_{E1}} = 1 + e^{\left(\frac{U_{B1}-U_{B2}}{U_T}\right)}$$

Nach $U_{B1} - U_{B2}$ aufgelöst ergibt:

$$U_D = U_{B1} - U_{B2} = -U_T \cdot \ln\left(\frac{I_K}{I_{E1}} - 1\right) = -25\mu\text{A} \cdot \ln\left(\frac{1}{0,99} - 1\right) \approx -115\text{mV}$$

7 MOS-DIFFERENZVERSTÄRKER

Bild 7-1 zeigt einen Differenzverstärker, der aus zwei identischen NMOS-Transistoren T_1 und T_2 , zwei Widerständen R_D und einer Konstantstromquelle I_K aufgebaut ist. I_K liefert einen Strom von $25 \mu\text{A}$. Die MOS-Transistoren sind gekennzeichnet durch die Schwellspannung $U_t = 1 \text{ V}$, die Kanallänge $l = 6 \mu\text{m}$ und die Kanalweite $w = 120 \mu\text{m}$. Bei der eingesetzten Technologie ergibt sich ein Parameter

$$\mu_N \cdot c_{\text{OX}} = 20 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^2}.$$

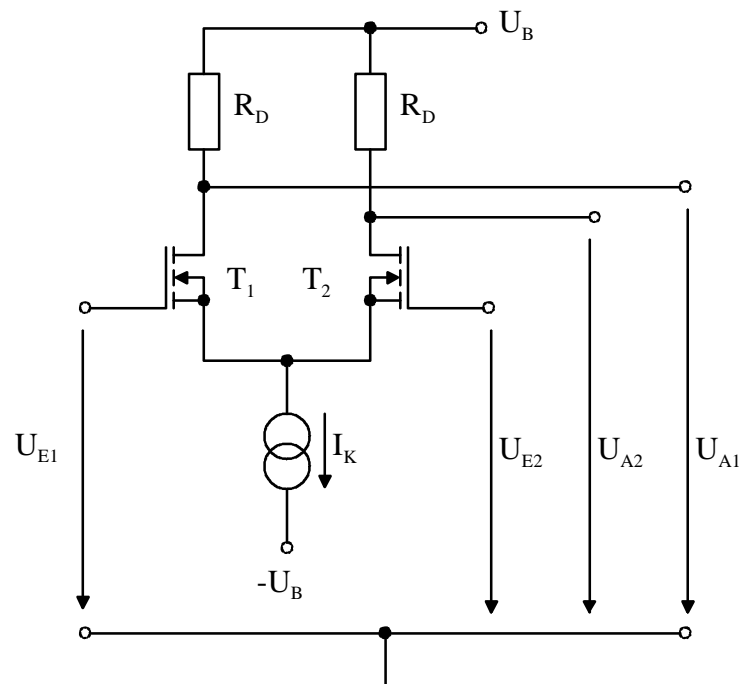
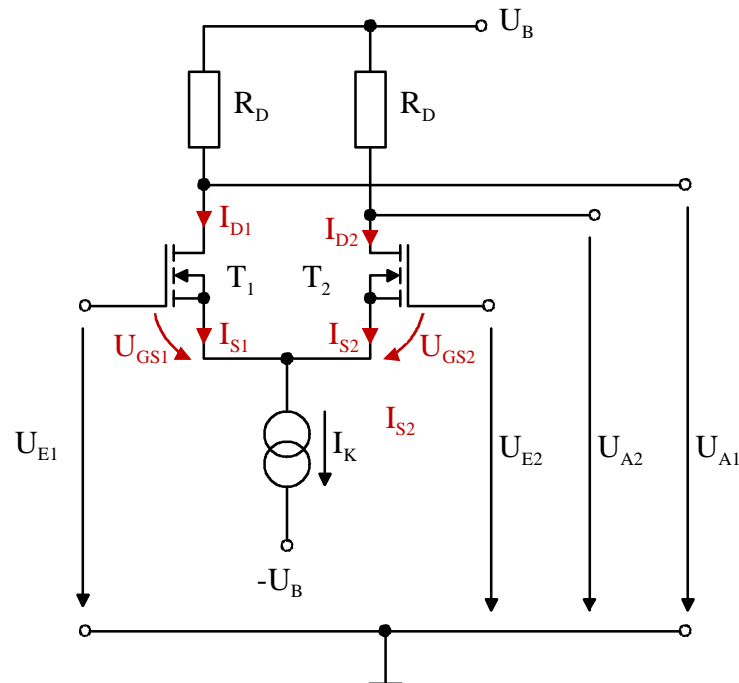


Bild 7-1 MOS-Differenzverstärker

- Berechnen Sie für den Arbeitspunkt der Schaltung ($U_D = 0 \Rightarrow U_{\text{GS1}} = U_{\text{GS2}} = U_{\text{GS}}$) den Wert der Spannung U_{GS} .
- Berechnen Sie den Transistorparameter S .
- Berechnen Sie die Differenzspannung U_D , bei der der gesamte Strom auf einen Zweig des Differenzverstärkers geschaltet wird.

LÖSUNG 7
BERECHNUNG VON U_{GS}


Der Differenzverstärker mit Feldeffekttransistoren arbeitet bei $U_D = 0$ im Sättigungsbereich. Dort gilt für den einzelnen Transistor:

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{l} \cdot \mu_N \cdot c_{OX} \cdot (U_{GS} - U_t)^2 \quad (1)$$

Für $U_D = 0$ ist die Stromverteilung symmetrisch:

$$I_D = \frac{I_K}{2} \quad (2)$$

(1) und (2) gleichgesetzt und nach U_{GS} aufgelöst liefert:

$$U_{GS} = \sqrt{\frac{I_K}{\mu_N \cdot c_{OX} \cdot \frac{w}{l}}} + U_t = \sqrt{\frac{25\mu A}{20 \frac{\mu A}{V^2} \cdot 20}} + 1V = 1,25V$$

BERECHNUNG VON S

Nach der Formel aus der Vorlesung ergibt sich die Steilheit S zu:

$$S = \sqrt{2 \cdot \mu_N \cdot c_{OX} \cdot \frac{w}{l} \cdot I_K} = \sqrt{2 \cdot 20 \frac{\mu A}{V^2} \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 \mu A} = 0,1 \frac{mA}{V}$$

Oder unter Verwendung der im Teil a) berechneten Spannung U_{GS} :

$$S = \frac{w}{l} \cdot \mu_N \cdot c_{OX} \cdot (U_{GS} - U_t) = 20 \cdot 20 \frac{\mu A}{V^2} \cdot 0,25V = 0,1 \frac{mA}{V}$$

BERECHNUNG VON U_D FÜR EINSEITIGE STROMVERTEILUNG

Als Beispiel wird T_1 als leitend, T_2 als gesperrt angesetzt. Aus der Vorlesung kann die folgende Stromverteilung für I_{D2} benutzt werden:

$$I_{D2} = \frac{I_K}{2} - \frac{I_K}{U_{GS} - U_t} \cdot \frac{U_D}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{U_D}{2}}{U_{GS} - U_t} \right)^2}$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise lässt sich substituieren:

$$I_{D2} = \frac{I_K}{2} - \frac{I_K}{2} \cdot X \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4} \cdot X^2} \quad \text{mit } X = \frac{U_D}{U_{GS} - U_t}$$

Setzt man $I_{D2} = 0$ und kürzt man I_K heraus, bekommt man nach Quadrieren einen Ausdruck für X:

$$0 = X^4 - 4 \cdot X^2 + 4 = (X^2 - 2)^2$$

Die doppelte Nullstelle bei $X_{1/2} = \sqrt{2}$ ist übrigens nur auf das vorherige Quadrieren zurückzuführen.

Die Lösung für U_D ist eindeutig:

$$U_D = \sqrt{2} \cdot (U_{GS} - U_t) = \sqrt{2} \cdot (1,25V - 1V) \approx 0,35V$$

8 GRUNDSCHALTUNGEN DER OPERATIONSVERSTÄRKER

Die Bilder 8-1 und 8-2 zeigen unterschiedlich beschaltete Operationsverstärker. Die Eigenschaften der Operationsverstärker sind als ideal anzunehmen.

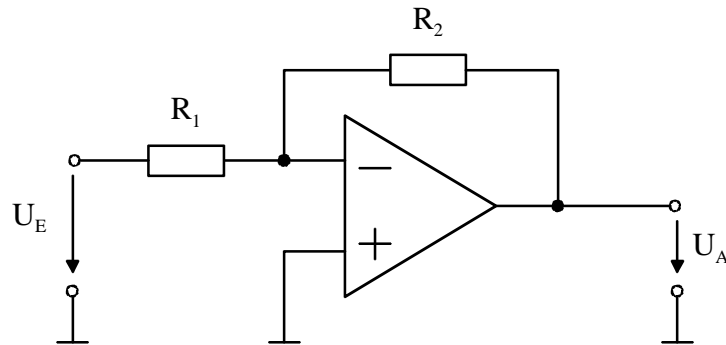


Bild 8-1

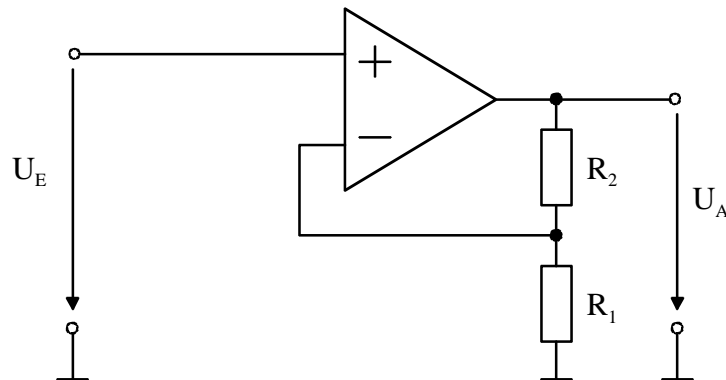


Bild 8-2

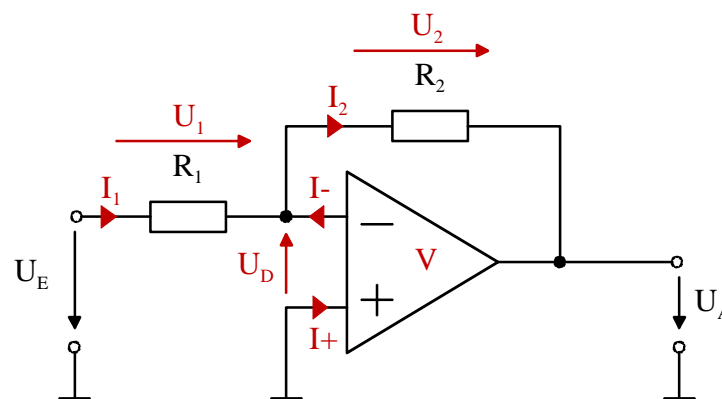
- Leiten Sie für beide Fälle die Übertragungsfunktion $U_A = f(U_E)$ her.
- Wie groß sind die Ein- und Ausgangswiderstände der beiden Schaltungen?
- R_1 sei zu $10 \text{ k}\Omega$ gewählt. Wie groß muß jeweils R_2 gewählt werden, um betragsmäßige Verstärkungen von 2, 10 und 100 zu erhalten?

LÖSUNG 8

INVERTIERENDER OPERATIONSVERSTÄRKER

Ein idealer Operationsverstärker hat folgende Eigenschaften:

- Unendlich hohe Verstärkung
- Unendlich hoher Eingangswiderstand (differentiell)
- Unendlich kleiner Ausgangswiderstand
- Unendlich hohe Gleichtaktunterdrückung
- Keine Frequenzabhängigkeit



Vorweg soll gezeigt werden, daß man beim idealen Operationsverstärker mit Gegenkopplung vereinfachend einen „virtuellen Kurzschluß“ zwischen seinen beiden Eingängen annehmen kann. Obwohl keine Ströme durch die Eingänge fließen, wird $U_D = 0$ erzwungen, wenn die Gegenkopplungsbedingung erfüllt ist.

Zum Beweis setzt man eine endliche Verstärkung V des Operationsverstärker an und bestimmt die Übertragungsfunktion. Spannungsumläufe an den Ein- und Ausgangskreisen liefern die folgenden Beziehungen:

$$0 = U_E + U_D - U_1 = U_E + U_D - I_1 \cdot R_1 \quad (1)$$

$$0 = U_A + U_D + U_2 = U_A + U_D + I_2 \cdot R_2 \quad (2)$$

Der Stromknoten am „-“-Eingang liefert:

$$0 = I_1 - I_2 + I^- = I_1 - I_2 \quad (3)$$

Mit $I^- = 0$ folgt:

$$I_1 = I_2 \quad (4)$$

Setzt man in (1) und (2) die Ströme gleich, ergibt sich:

$$\frac{U_A + U_D}{R_2} = -\frac{U_E + U_D}{R_1} \quad (5)$$

Für den Verstärker gilt:

$$U_A = V \cdot U_D \quad \text{oder} \quad U_D = \frac{U_A}{V} \quad (6)$$

(6) in (5) eingesetzt ergibt:

$$\frac{U_A + \frac{U_A}{V}}{R_2} = -\frac{U_E + \frac{U_A}{V}}{R_1} \quad \text{oder} \quad U_A (R_1 + V \cdot R_1 + R_2) = -U_E (V \cdot R_2) \quad (7)$$

Für die Verstärkung der Schaltung gilt damit:

$$\frac{U_A}{U_E} = -\frac{V \cdot R_2}{V \cdot R_1 + R_1 + R_2} = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{V}} \quad (8)$$

Die Verstärkung mit einem idealen Operationsverstärker ($V = \infty$) wird zu:

$$\frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (9)$$

Aus Gleichung (6) ist ersichtlich, daß bei unendlicher Verstärkung U_D verschwindet („virtueller Kurzschluß“). Für diesen Fall ist dann die Herleitung der Schaltungsverstärkung wesentlich einfacher. Setzt man sofort $U_D = 0$, ergibt sich für die Eingangs- und Ausgangskreise:

$$0 = U_E - U_1 = U_E - I_1 \cdot R_1 \quad (1)$$

$$0 = U_A - U_2 = U_A - I_2 \cdot R_2 \quad (2)$$

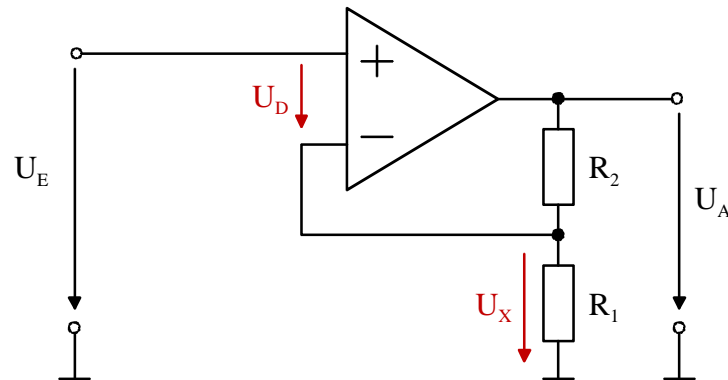
Mit $I_1 = I_2$ folgt:

$$\frac{U_A}{R_2} = -\frac{U_E}{R_1} \quad \text{oder} \quad \frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (3)$$

q. e. d.

NICHTINVERTIERENDER OPERATIONSVERSTÄRKER

Für die Herleitung der zweiten Schaltung wird sofort $U_D = 0$ angenommen. Dazu ist nur zu prüfen, ob die Bedingung der Gegenkopplung (also die Rückführung des OP-Ausgangssignals auf seinen „-“-Eingang) erfüllt ist.



Es ergeben sich zwei Gleichungen für die Spannung U_X :

$$U_X = U_E - U_D = U_E \quad (1)$$

$$U_X = U_A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

(1) in (2) liefert:

$$U_A = U_E \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad \text{oder} \quad \frac{U_A}{U_E} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (3)$$

EINGANGS- UND AUSGANGSWIDERSTÄNDE

Die Ein- und Ausgangswiderstände können direkt aus der Schaltung abgelesen werden:

Für den invertierenden Verstärker:

$$R_E = R_1, R_A = 0$$

Für den nichtinvertierenden Verstärker:

$$R_E = \infty, R_A = 0$$

Wegen dieser idealen Eigenschaft wird die nichtinvertierende OP-Schaltung auch Elektrometerverstärker genannt.

BESTIMMUNG VON R_2

Für den invertierenden Verstärker gilt:

$$\left| \frac{U_A}{U_E} \right| = \frac{R_2}{R_1}$$

Für den nichtinvertierenden Verstärker gilt:

$$\left| \frac{U_A}{U_E} \right| = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Für die Vorgaben von V und R_1 kann R_2 bestimmt werden:

Verstärkung V		2	10	100
R_2	Invertierender Verstärker	20 k Ω	100 k Ω	1 M Ω
	Nichtinvertierender Verstärker	10 k Ω	90 k Ω	990 k Ω

9 OPERATIONSVERSTÄRKER ALS SUBTRAHIERER

Bild 9-1 zeigt eine (idealisierte) Operationsverstärkerschaltung mit zwei Eingängen.

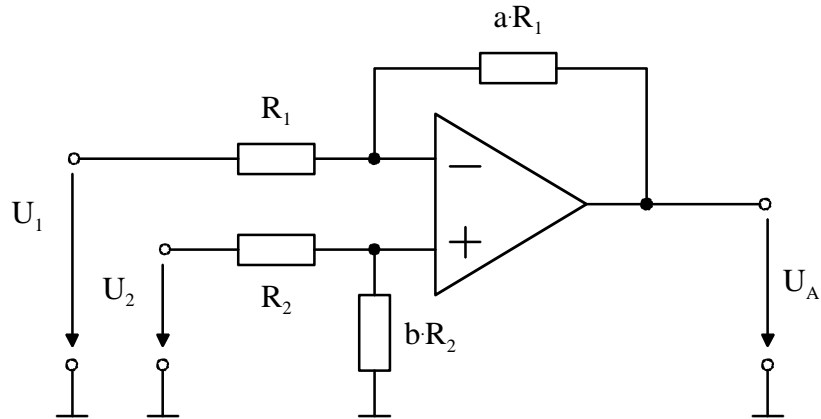
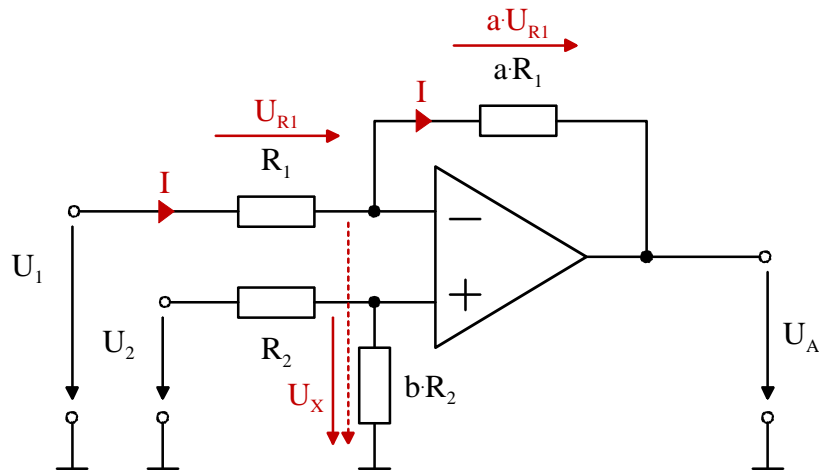


Bild 9-1

- a) Leiten Sie die Übertragungsfunktion $U_A = f(U_1, U_2)$ her.
- b) Mit dieser Schaltung soll die Funktion $U_A = 2 U_2 - 3 U_1$ realisiert werden. Wie sind dafür die Widerstandsverhältnisse **a** und **b** zu wählen?

LÖSUNG 9

ÜBERTRAGUNGSFUNKTION



Die Gegenkopplungsbedingung ist erfüllt. Damit stellt sich am „+“- sowie am „-“-Eingang die gleiche Spannung U_X ein. Für den „+“-Eingang gilt:

$$U_X = U_2 \cdot \frac{b \cdot R_2}{b \cdot R_2 + R_2} = U_2 \cdot \frac{b}{b+1} \quad (1)$$

Für den „-“-Eingang gilt:

$$U_X = U_1 - U_{R1} = U_1 - I \cdot R_1 \quad (2)$$

Und für den Ausgangskreis:

$$U_X = U_A + a \cdot U_{R2} = U_A + I \cdot a \cdot R_1 \quad (3)$$

(2) nach I aufgelöst und in (3) eingesetzt liefert:

$$U_A = U_X \cdot (1+a) - U_1 \cdot a \quad (4)$$

Und U_X aus (1) in (4) eingesetzt ergibt die Übertragungsfunktion:

$$U_A = U_2 \cdot \frac{(a+1)}{(b+1)} \cdot b - U_1 \cdot a \quad (5)$$

BESTIMMUNG VON A UND B

Die Übertragungsfunktion wird mit der Vorgabe gleichgesetzt:

$$U_A = U_2 \cdot \frac{(a+1)}{(b+1)} \cdot b - U_1 \cdot a = U_2 \cdot 2 - U_1 \cdot 3 \quad (1)$$

Dieser Ausdruck läßt sich in zwei Teile zerlegen:

$$U_2 \cdot \frac{(a+1)}{(b+1)} \cdot b = U_2 \cdot 2 \quad (2)$$

$$-U_1 \cdot a = -U_1 \cdot 3 \quad (3)$$

Aus (3) folgt unmittelbar a, mit a dann b aus (2):

$$a = 3, \quad b = 1.$$

10 INTEGRAL- UND DIFFERENZIERSTUFEN

Die Bilder 10-1 und 10-2 zeigen beschaltete (ideale) Operationsverstärker. Die diskreten Elemente haben die folgenden Werte: $R_1 = R_2 = 100 \Omega$, $C_2 = 10 \mu\text{F}$, $L_2 = 10 \text{ mH}$.

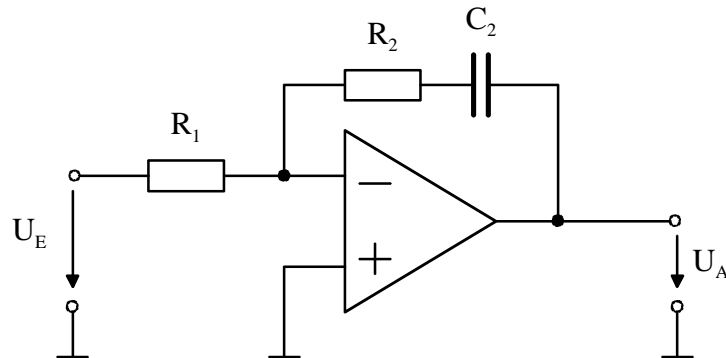


Bild 10-1

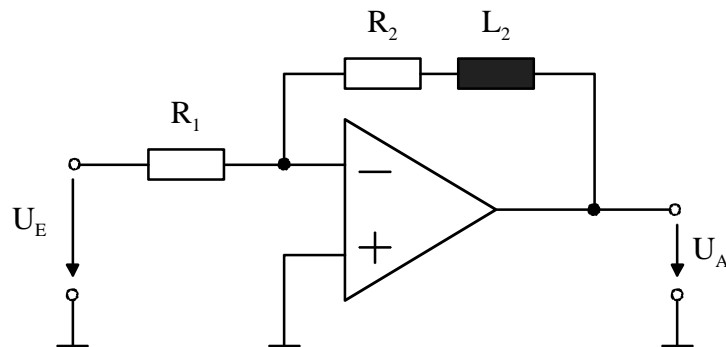
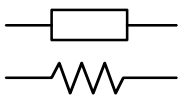
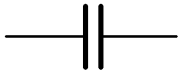



Bild 10-2

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen $U_A = f(U_E)$ jeweils im Frequenz- und im Zeitbereich. Berechnen Sie die jeweils zugehörige Zeitkonstante τ .
- Zeichnen Sie qualitativ die Bode-Diagramme und die Ortskurven.
- Die Schaltung in Bild 10-1 wird mit einem Rechteckimpuls von 2 ms Länge und einer Amplitude von 5 V angesteuert. Vor dem Impuls waren Eingangs- und Ausgangsspannung auf 0 V. Skizzieren Sie maßstabsgerecht das Ausgangssignal.
- Die Schaltung in Bild 10-2 wird mit einer auf- und absteigenden Rampe von je 1 ms Länge mit einer Amplitude von 5 V (bei $t = 1 \text{ ms}$) angesteuert. Skizzieren Sie maßstabsgerecht das Ausgangssignal.

LÖSUNG 10
ÜBERTRAGUNGSFUNKTIONEN

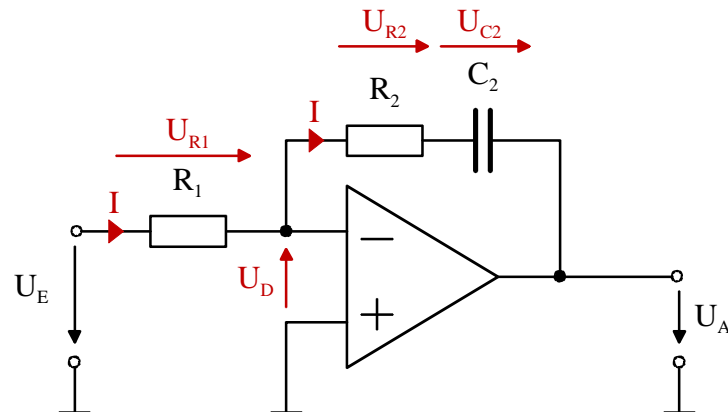
Der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung läßt sich bei Widerständen durch das Ohmsche Gesetz erklären. Bei Kapazitäten und Induktivitäten sind die Verhältnisse nur über eine Zeit- bzw. Frequenzfunktion erklärbar. Der Strom eines Kondensators verhält sich proportional zu dessen Spannungsänderung, die Spannung einer Spule hingegen verhält sich proportional zu deren Stromänderung. Allgemein gilt:

Bauteil	Symbol	Zeitbereich	Frequenzbereich
R		$U = R \cdot I$ $I = \frac{U}{R}$	$U = R \cdot I$ $I = \frac{U}{R}$
C		$U = U_0 + \frac{1}{C} \cdot \int I \cdot dt$ $I = C \cdot \frac{dU}{dt}$	$U = \frac{1}{j\omega \cdot C} \cdot I$ $I = j\omega \cdot C \cdot U$
L		$U = L \cdot \frac{dI}{dt}$ $I = I_0 + \frac{1}{L} \cdot \int U \cdot dt$	$U = j\omega \cdot L \cdot I$ $I = \frac{1}{j\omega \cdot L} \cdot U$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ steht dabei für die sogenannte Kreisfrequenz und $j = \sqrt{-1}$ wird zur Darstellung imaginärer Größen verwendet.

Bei den Integraldarstellungen im Zeitbereich sind die Stammfunktionen zu berücksichtigen. Für die Bewertung von Schaltungen entspricht dies der sogenannten „Vorgeschichte“, also z. B. dem Spannungs- bzw. Ladezustand eines Kondensators zum Anfangszeitpunkt.

Die vorliegenden OP-Schaltungen können damit in gewohnter Weise berechnet werden. Es sind jedoch je nach Anwendungsfall entweder die Zeitfunktion (z. B. zur Bestimmung einer Impulsantwort oder einer Verzögerungszeit) oder der Frequenzbereich (z. B. zur Bestimmung des Frequenzganges von aktiven Filtern) vorzuziehen.

ZEITBEREICH


Die Gegenkopplungsbedingung ist erfüllt. Für den linken Schaltungsteil gilt ($U_D = 0$):

$$U_E(t) = U_{R1}(t) = R_1 \cdot I(t) \quad (1)$$

Für den rechten Schaltungsteil gilt:

$$U_A(t) = -U_{R2}(t) - U_{C2}(t) = -R_2 \cdot I(t) - U_{C2}(t_0) - \frac{1}{C_2} \cdot \int I(t) \cdot dt \quad (2)$$

(1) nach $I(t)$ aufgelöst und in (2) eingesetzt ergibt die Übertragungsfunktion:

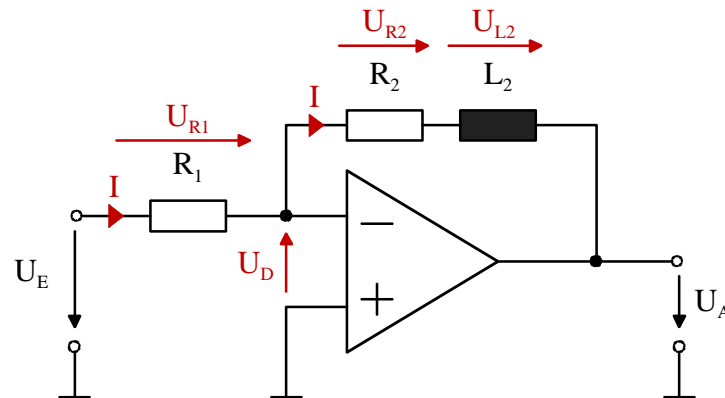
$$U_A(t) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_E(t) - U_{C2}(t_0) - \frac{1}{R_1 \cdot C_2} \cdot \int U_E(t) \cdot dt$$

Mit $a = \frac{R_2}{R_1}$ und $\tau = R_1 \cdot C_2$ läßt sich der Ausdruck verkürzen:

$$U_A(t) = -a \cdot U_E(t) - U_{C2}(t_0) - \frac{1}{\tau} \cdot \int U_E(t) \cdot dt \quad (3)$$

Die Übertragungsfunktion ist aus dem proportionalen Anteil $-a \cdot U_E(t)$, dem konstanten Anteil $-U_{C2}(t_0)$ und aus dem Integral $-\frac{1}{\tau} \cdot \int U_E(t) \cdot dt$ zusammengesetzt. Die beiden letzten Ausdrücke zusammengefaßt ergeben die Eigenschaft eines **Integrators**.

Für die zweite Schaltung ergibt sich entsprechend:



Die Gegenkopplungsbedingung ist erfüllt. Für den linken Schaltungsteil gilt ($U_D = 0$):

$$U_E(t) = U_{R1}(t) = R_1 \cdot I(t) \quad (1)$$

Für den rechten Schaltungsteil gilt:

$$U_A(t) = -U_{R2}(t) - U_{L2}(t) = -R_2 \cdot I(t) - L_2 \cdot \frac{dI(t)}{dt} \quad (2)$$

(1) nach $I(t)$ aufgelöst und in (2) eingesetzt ergibt die Übertragungsfunktion:

$$U_A(t) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_E(t) - \frac{L_2}{R_1} \cdot \frac{dU_E(t)}{dt}$$

Mit $a = \frac{R_2}{R_1}$ und $\tau = \frac{L_2}{R_1}$ läßt sich der Ausdruck verkürzen:

$$U_A(t) = -a \cdot U_E(t) - \tau \cdot \frac{dU_E(t)}{dt} \quad (3)$$

Die Übertragungsfunktion ist aus dem proportionalen Anteil $-a \cdot U_E(t)$ und aus dem Differentialausdruck $-\tau \cdot \frac{dU_E(t)}{dt}$ zusammengesetzt. Der letzte Ausdruck beschreibt einen

Differenzierer.

FREQUENZBEREICH

Analog zum Zeitbereich gilt für den linken Schaltungsteil der ersten Schaltung:

$$U_E(\omega) = U_{R_1}(\omega) = R_1 \cdot I(\omega) \quad (1)$$

Für den rechten Schaltungsteil gilt nun:

$$U_A(\omega) = -U_{R_2}(\omega) - U_{C_2}(\omega) = -R_2 \cdot I(\omega) - \frac{1}{j\omega \cdot C_2} \cdot I(\omega) \quad (2)$$

(1) nach $I(\omega)$ aufgelöst und in (2) eingesetzt ergibt die Übertragungsfunktion:

$$U_A(\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_E(\omega) - \frac{1}{j\omega \cdot R_1 \cdot C_2} \cdot U_E(\omega)$$

Mit $a = \frac{R_2}{R_1}$ und $\tau = R_1 \cdot C_2$ läßt sich der Ausdruck verkürzen:

$$U_A(\omega) = -a \cdot U_E(\omega) - \frac{1}{j\omega \cdot \tau} \cdot U_E(\omega) \quad (3)$$

Die Übertragungsfunktion ist jetzt aus dem reellen Anteil $-a \cdot U_E(\omega)$ sowie dem imaginären Anteil $-\frac{1}{j\omega \cdot \tau} \cdot U_E(\omega)$ zusammengesetzt. Bei tiefen Frequenzen ($\omega \rightarrow 0$) wird der zweite Ausdruck unendlich groß, bei hohen Frequenzen ($\omega \rightarrow \infty$) geht er gegen Null. Der erste Ausdruck ist frequenzunabhängig ($-a$). Die Gesamtcharakteristik entspricht einem **Tiefpaß**.

Analog zum Zeitbereich gilt für den linken Schaltungsteil der zweiten Schaltung:

$$U_E(\omega) = U_{R_1}(\omega) = R_1 \cdot I(\omega) \quad (1)$$

Für den rechten Schaltungsteil gilt:

$$U_A(\omega) = -U_{R_2}(\omega) - U_{L_2}(\omega) = -R_2 \cdot I(\omega) - j\omega \cdot L_2 \cdot I(\omega) \quad (2)$$

(1) nach $I(\omega)$ aufgelöst und in (2) eingesetzt ergibt die Übertragungsfunktion:

$$U_A(\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_E(\omega) - j\omega \cdot \frac{L_2}{R_1} \cdot U_E(\omega)$$

Mit $a = \frac{R_2}{R_1}$ und $\tau = \frac{L_2}{R_1}$ läßt sich der Ausdruck verkürzen:

$$U_A(\omega) = -a \cdot U_E(\omega) - j\omega \cdot \tau \cdot U_E(\omega) \quad (3)$$

Die Übertragungsfunktion ist jetzt aus dem reellen Anteil $-a \cdot U_E(\omega)$ sowie dem imaginären Anteil $-j\omega \cdot \tau \cdot U_E(\omega)$ zusammengesetzt. Bei tiefen Frequenzen ($\omega \rightarrow 0$) geht der zweite Ausdruck gegen Null, bei hohen Frequenzen ($\omega \rightarrow \infty$) wird er unendlich groß. Der erste Ausdruck ist frequenzunabhängig ($-a$). Die Gesamtcharakteristik entspricht einem **Hochpaß**.

BODE-DIAGRAMME

Bode-Diagramme bestehen aus nach Betrag und Phase getrennten Darstellungen der Übertragungsfunktion im Frequenzbereich. Die Frequenz- bzw. Kreisfrequenzachse wird logarithmisch unterteilt, die Verstärkung ebenfalls. Für die Phase wird ein linearer Bereich gewählt, der ca. 180° überstreicht.

Für die vorliegenden Schaltungen wird zur einfacheren Konstruktion der Diagramme noch die Kreisfrequenz ω_E bestimmt, bei der die Real- und Imaginäranteile gleich groß sind:

Für die erste Schaltung:

$$|-a| = \left| -\frac{1}{j\omega_E \cdot \tau} \right| \rightarrow \omega_E = \frac{1}{a \cdot \tau}$$

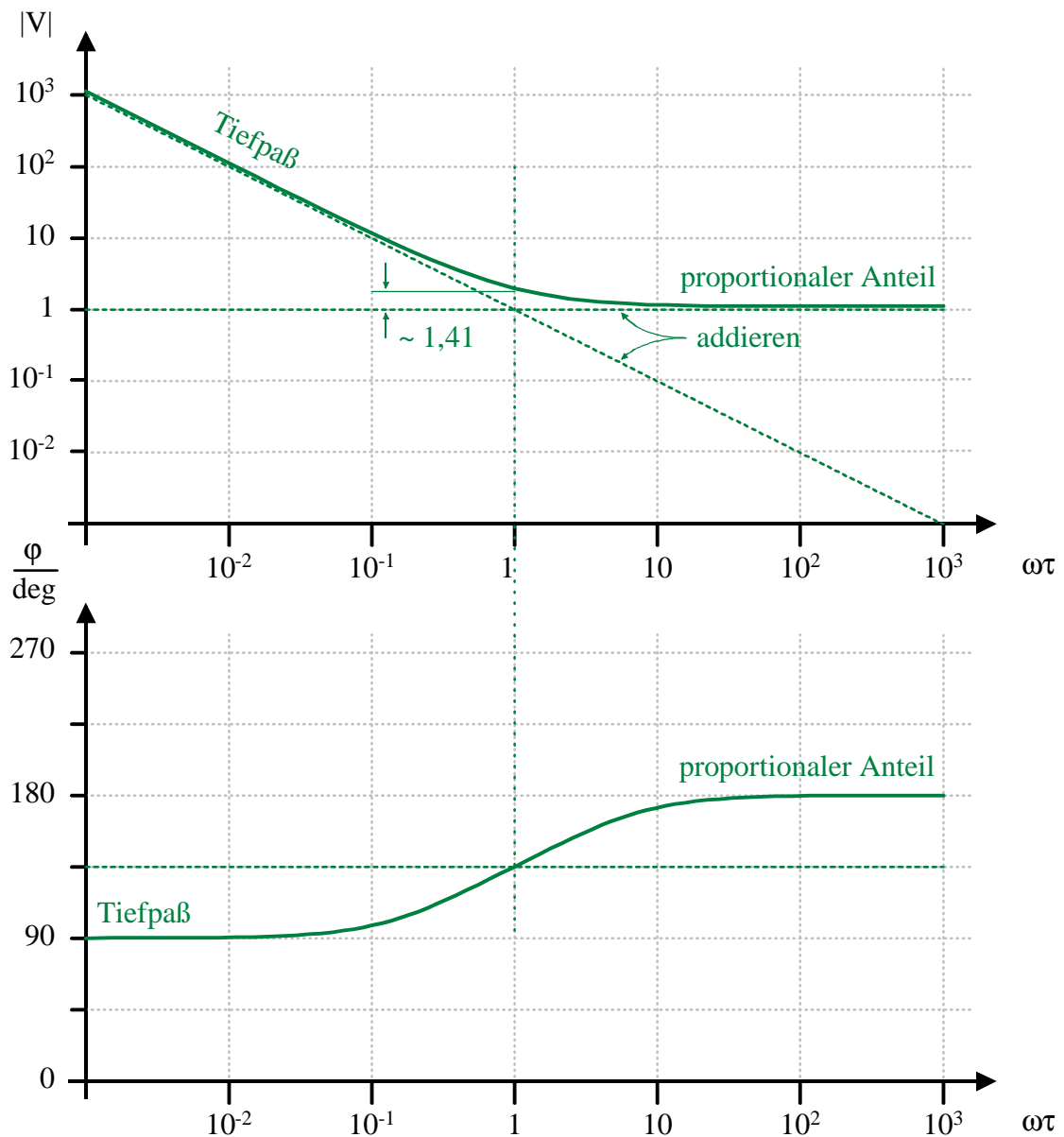
Für die zweite Schaltung:

$$|-a| = | -j\omega_E \cdot \tau | \rightarrow \omega_E = \frac{a}{\tau}$$

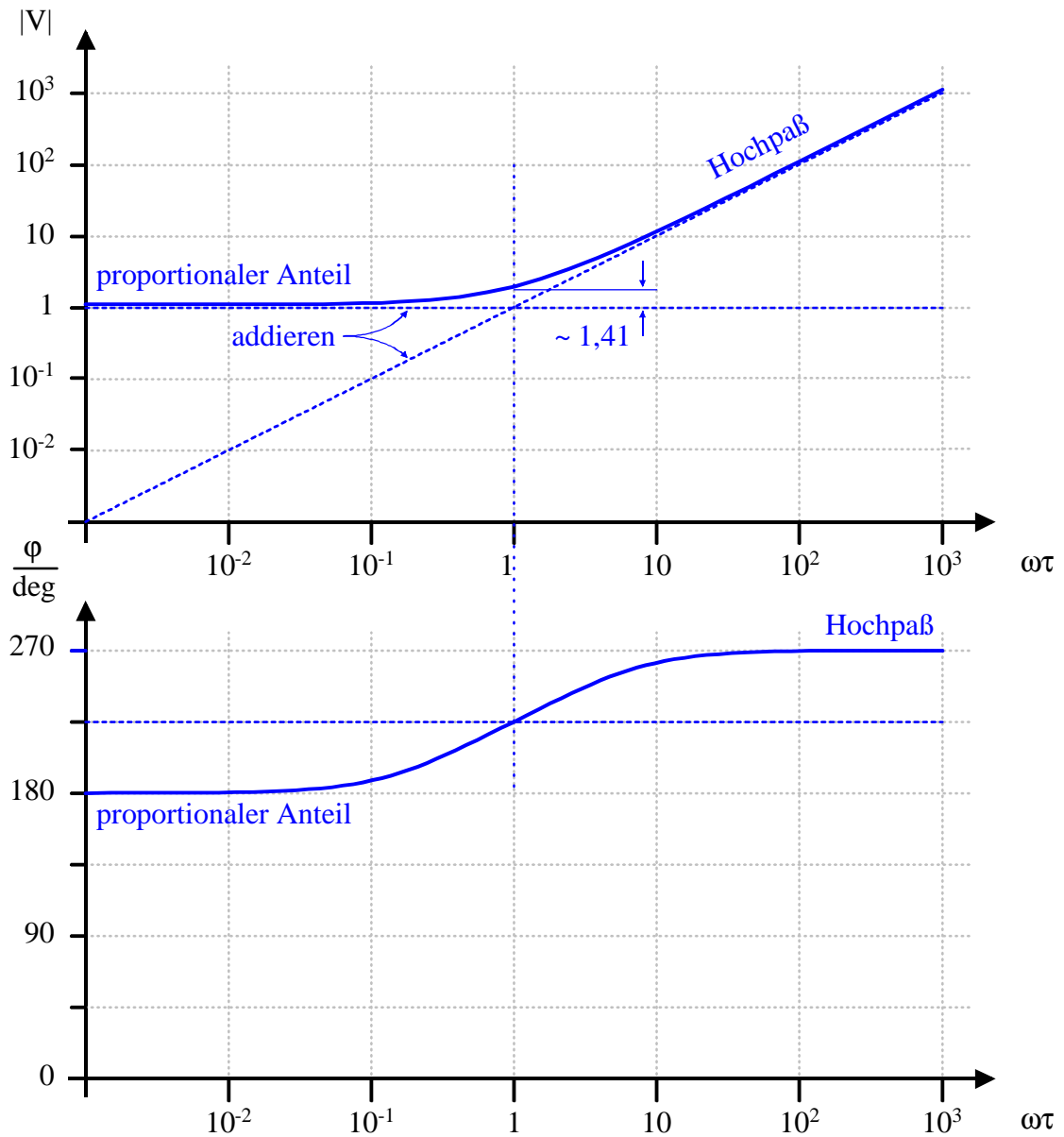
Mit $R_1 = R_2$ wird $a = 1$. Damit gilt für beide Schaltungen:

$$\omega_E = \frac{1}{\tau}$$

Die zwei Anteile an der Gesamtverstärkung werden zuerst getrennt eingetragen. Bei ω_E haben beide Teilfunktionen $|V| = 1$. Der proportionale Anteil $-a$ verläuft horizontal, bei der Tiefpaßfunktion $-\frac{1}{\omega \cdot \tau}$ gibt es einen Verstärkungsabfall erster Ordnung. D. h. mit jeder Erhöhung der Frequenz auf das n -fache nimmt die Verstärkung um den Faktor $\frac{1}{n}$ ab. Im doppelt-logarithmischen Maßstab entspricht das einer Geraden mit einer normierten Steigung von -1 (-20 dB/Dekade oder -6 dB/Oktave). Beim Addieren der beiden Anteile überwiegt der jeweils größere. Im Übergang gibt es wegen $|1 + j| = \sqrt{2} \approx 1,41$ eine Erhöhung um 3 dB. Die Phase richtet sich nach dem jeweils dominanten Anteil.

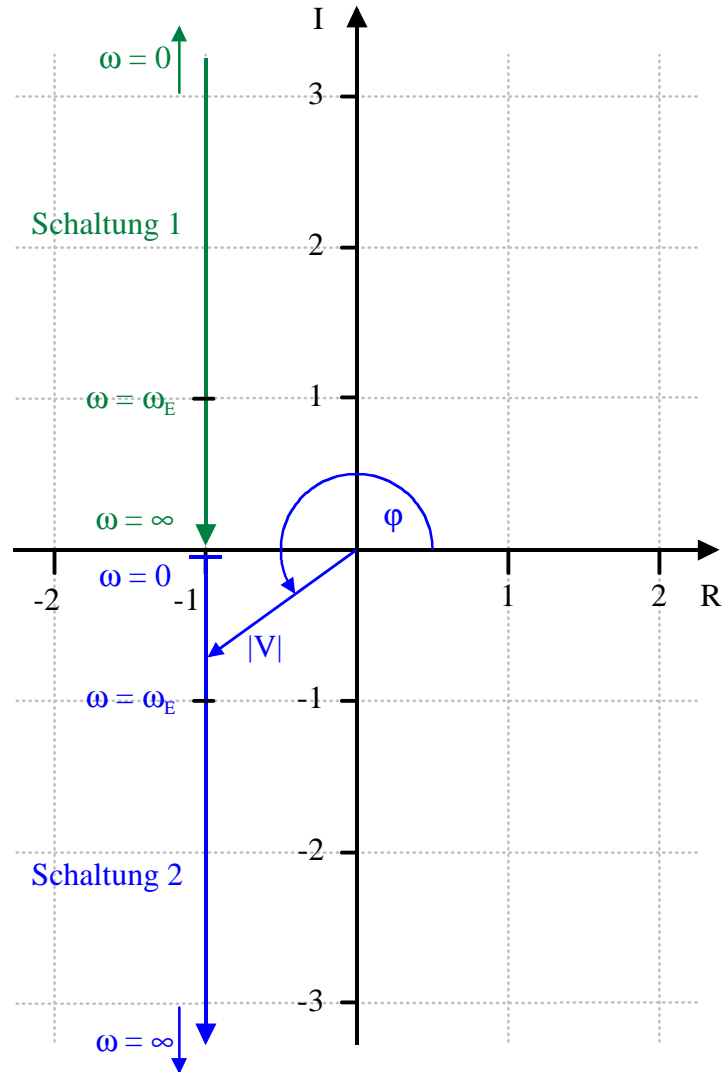


Bei der Hochpaßfunktion $-\omega \cdot \tau$ in der zweiten Schaltung gibt es einen Verstärkungsanstieg erster Ordnung, d. h. eine Gerade mit der Steigung 1. Ansonsten gelten die zuvor genannten Konstruktionsregeln.



ORTSKURVEN

Ortskurven benutzen die Darstellung in der komplexen Ebene. Als Kreisfrequenzen werden jeweils $\omega = 0$, $\omega = \omega_E$ und $\omega = \infty$ angegeben.



ZEITFUNKTIONEN

Zur Bestimmung des Ausgangssignals mit vorgegebener Zeitfunktion des Eingangssignals benutzt man die Übertragungsfunktion der Schaltung im Zeitbereich. Dazu gibt es zwei Ansätze. Erstens kann man die Übertragungsfunktion in ihre verschiedene Anteile zerlegen (z. B. in den proportionalen und den integralen Anteil) und die berechneten Ausgangssignale dann überlagern. Zum zweiten ist es möglich an allen Unstetigkeitsstellen des Eingangssignals den Gesamtausdruck zu berechnen. Dabei sollte jeweils um ε vor und nach der Unstetigkeit gerechnet werden. Die einzelnen Punkte sind dann zu verbinden. Es muß aber darauf geachtet werden, daß die Verbindung der Punkte untereinander gemäß dem Funktionsverlauf erfolgt. In den meisten (einfachen) Fällen können dies Geraden sein (wie bei dieser Aufgabe).

Mit der Annahme $U_{C2}(t_0) = 0$ gilt für die erste Schaltung:

$$U_A(t) = -a \cdot U_E(t) - \frac{1}{\tau} \cdot \int U_E(t) \cdot dt$$

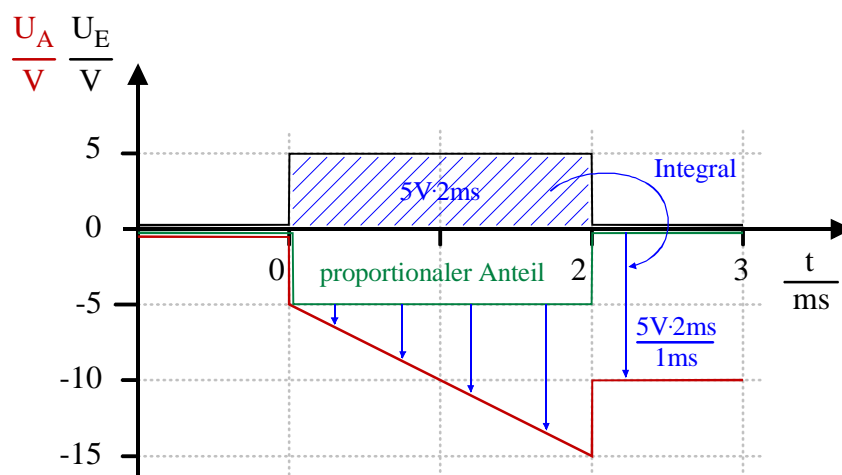
Folgende Unstetigkeitsstellen sind zu untersuchen: $t = 0 \text{ ms}$, $t = 2 \text{ ms}$.

$$U_A(0\text{ms} - \varepsilon) = -1 \cdot 0\text{V} - \frac{1}{1\text{ms}} \cdot \int_{-\infty}^{0\text{ms} - \varepsilon} U_E(t) \cdot dt = 0\text{V} - 0\text{V} = 0\text{V}$$

$$U_A(0\text{ms} + \varepsilon) = -1 \cdot 5\text{V} - \frac{1}{1\text{ms}} \cdot \int_{-\infty}^{0\text{ms} + \varepsilon} U_E(t) \cdot dt = -5\text{V} - 0\text{V} = -5\text{V}$$

$$U_A(2\text{ms} - \varepsilon) = -1 \cdot 5\text{V} - \frac{1}{1\text{ms}} \cdot \int_{-\infty}^{2\text{ms} - \varepsilon} U_E(t) \cdot dt = -5\text{V} - \frac{1}{1\text{ms}} \cdot 5\text{V} \cdot 2\text{ms} = -15\text{V}$$

$$U_A(2\text{ms} + \varepsilon) = -1 \cdot 0\text{V} - \frac{1}{1\text{ms}} \cdot \int_{-\infty}^{2\text{ms} + \varepsilon} U_E(t) \cdot dt = 0\text{V} - \frac{1}{1\text{ms}} \cdot 5\text{V} \cdot 2\text{ms} = -10\text{V}$$



Für die zweite Schaltung gilt entsprechend:

$$U_A(t) = -a \cdot U_E(t) - \tau \cdot \frac{dU_E(t)}{dt}$$

Folgende Unstetigkeitsstellen sind zu untersuchen: $t = 0 \text{ ms}$, $t = 1 \text{ ms}$, $t = 2 \text{ ms}$.

$$U_A(0 \text{ ms} - \varepsilon) = -1 \cdot 0 \text{ V} - 0,1 \text{ ms} \cdot 0 \frac{\text{V}}{\text{ms}} = 0 \text{ V} - 0 \text{ V} = 0 \text{ V}$$

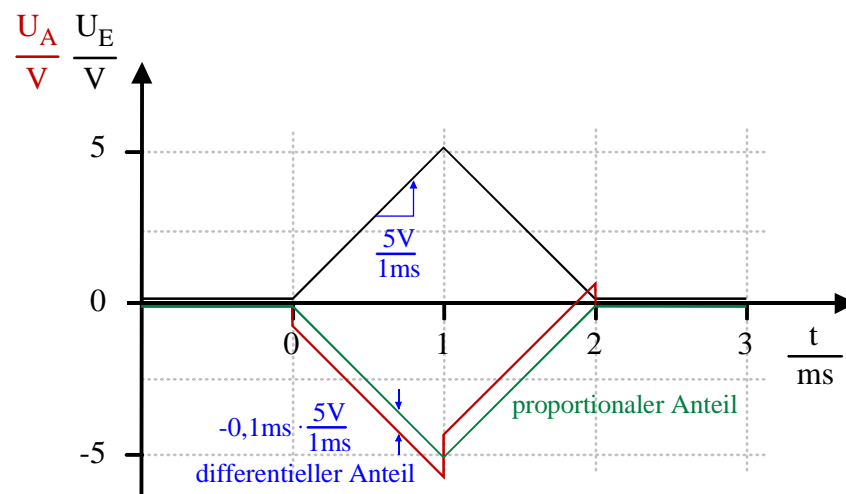
$$U_A(0 \text{ ms} + \varepsilon) = -1 \cdot 0 \text{ V} - 0,1 \text{ ms} \cdot 5 \frac{\text{V}}{\text{ms}} = 0 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = -0,5 \text{ V}$$

$$U_A(1 \text{ ms} - \varepsilon) = -1 \cdot 5 \text{ V} - 0,1 \text{ ms} \cdot 5 \frac{\text{V}}{\text{ms}} = -5 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = -5,5 \text{ V}$$

$$U_A(1 \text{ ms} + \varepsilon) = -1 \cdot 5 \text{ V} - 0,1 \text{ ms} \cdot -5 \frac{\text{V}}{\text{ms}} = -5 \text{ V} + 0,5 \text{ V} = -4,5 \text{ V}$$

$$U_A(2 \text{ ms} - \varepsilon) = -1 \cdot 0 \text{ V} - 0,1 \text{ ms} \cdot -5 \frac{\text{V}}{\text{ms}} = 0 \text{ V} + 0,5 \text{ V} = 0,5 \text{ V}$$

$$U_A(2 \text{ ms} + \varepsilon) = -1 \cdot 0 \text{ V} - 0,1 \text{ ms} \cdot 0 \frac{\text{V}}{\text{ms}} = 0 \text{ V} - 0 \text{ V} = 0 \text{ V}$$



11 STABILITÄT VON RÜCKGEKOPPELTEN VERSTÄRKERN

Die Schaltung mit Operationsverstärker nach Bild 11-1 soll auf Stabilität hin untersucht werden. Bild 11-2 zeigt das Bode-Diagramm des Operationsverstärkers. Die Widerstände haben die Werte $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ und $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$.

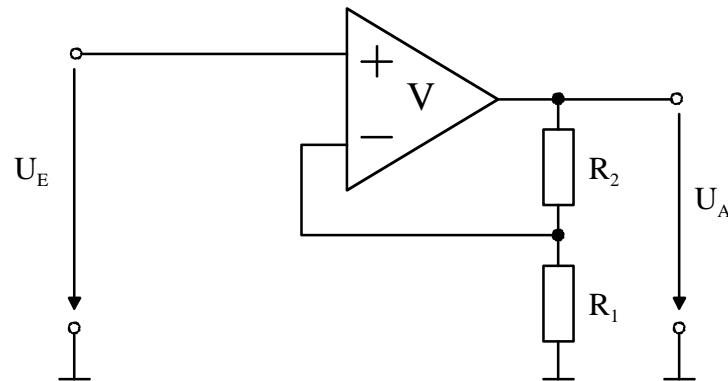


Bild 11-1 Schaltung mit Operationsverstärker

- Tragen Sie in das Diagramm (Bild 11-2) die Übertragungsfunktion des Rückkopplungszweiges ein. Welche Aussage kann über die Stabilität der Schaltung getroffen werden?
- Geben Sie an, wie der Wert von R_2 zu verändern ist, um den Betrieb der Schaltung im stabilen Bereich zu gewährleisten.

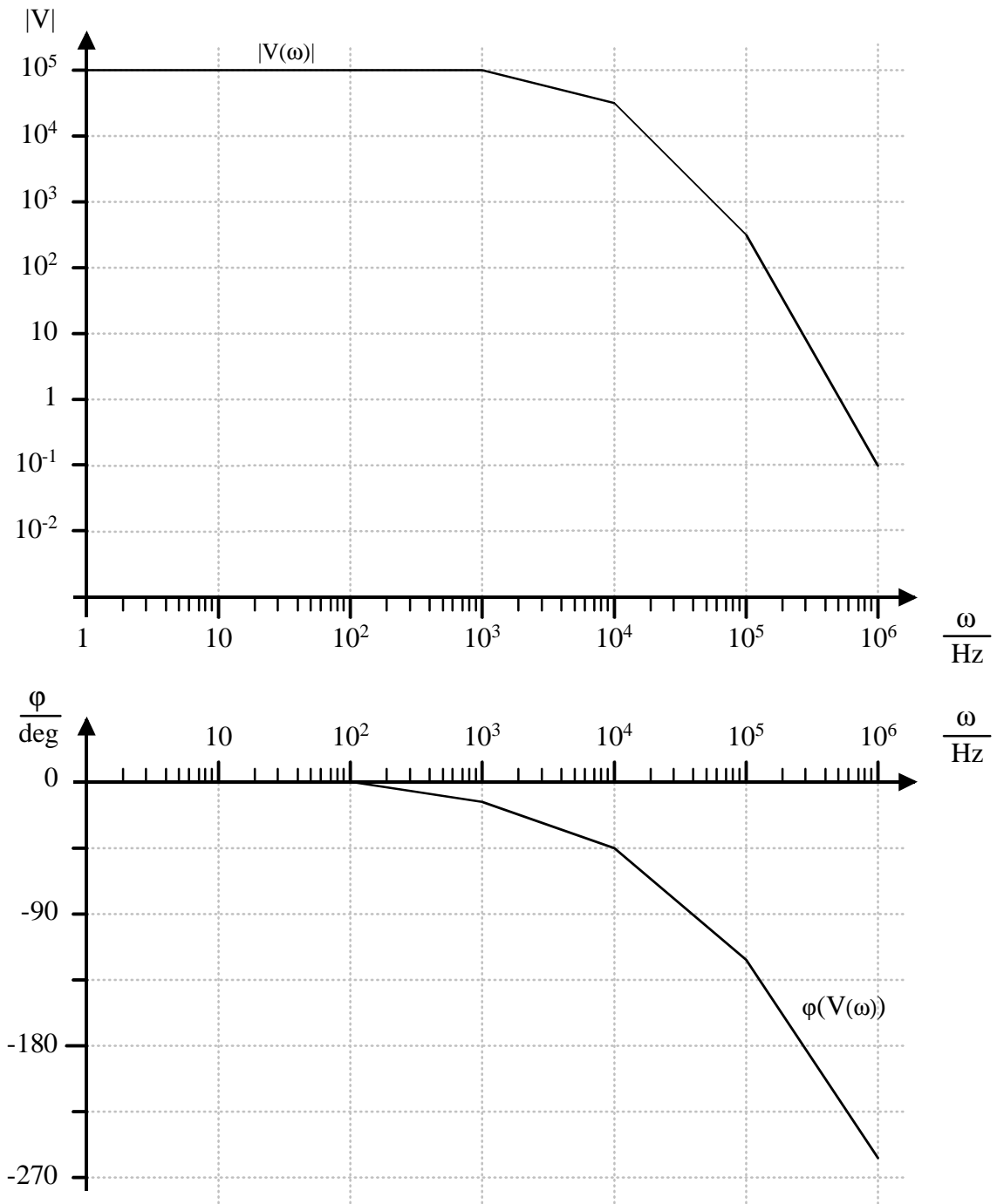
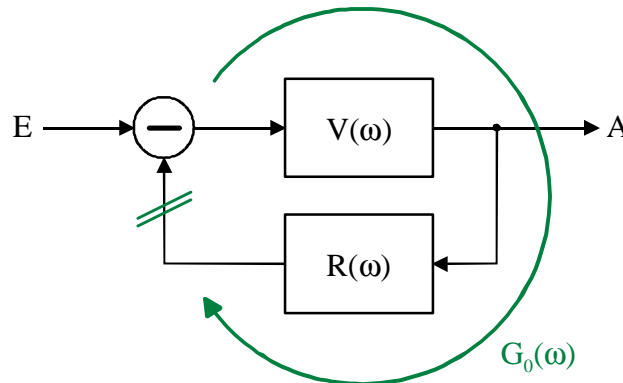


Bild 11-2 Bode-Diagramm

LÖSUNG 11

STABILITÄT EINER RÜCKGEKOPPELTEN SCHALTUNG

Allgemein kann man einen rückgekoppelten Verstärker in zwei Funktionsblöcke zerlegen: In den Verstärker mit der Verstärkung V und den Rückkoppler mit dem Rückkopplungsfaktor R . Beide Größen können frequenzabhängig sein.



Für den Fall der Gegenkopplung wird das rückgekoppelte Signal mit negativem Vorzeichen auf den Verstärker geschaltet. Sollte das Produkt aus $V(\omega) \cdot R(\omega)$ (man spricht dabei von der offenen Schleifenverstärkung $G_0(\omega)$) aber selbst eine Phasendrehung von 180° erfahren, hieße das, daß aus der ursprünglichen **Gegenkopplung** eine **Mitkopplung** würde. Mit einer Schleifenverstärkung größer eins ($G_0(\omega) > 1$) würde dies den Einsatz von Schwingungen bedeuten. Die Schaltung wäre **instabil**.

Eine solche Schaltung arbeitet also nur stabil, wenn auf allen Frequenzen, bei denen die Schleifenphase $\varphi = 180^\circ$ erreicht hat, die zugehörige Verstärkung kleiner als eins ist. Verstärker wie in der hier vorliegenden Übungsaufgabe zeigen i. d. R. ein aperiodisches Verhalten. D. h. es gibt keine z. B. durch L-C-Kombinationen oder durch Leitungen hervorgerufene Resonanzen. Lediglich ab einer Grenzfrequenz zeigen solche Verstärker einen kontinuierlichen Abfall der Verstärkung.

Kennt man die Schleifenverstärkung in Betrag und Phase über einen genügend großen Frequenzbereich, kann man eine Aussage über das Stabilitätsverhalten treffen:

Mit $\varphi(G_0(\omega_{\varphi 180})) = 180^\circ$ und $|G_0(\omega_{\varphi 180})| < 1$ arbeitet der gegengekoppelte Verstärker **stabil**.

Oder andersherum formuliert:

Mit $|G_0(\omega_{\varphi G1})| = 1$ und $\varphi(G_0(\omega_{\varphi G1})) < 180^\circ$ arbeitet der gegengekoppelte Verstärker **stabil**.

Übrigens kann auch eine Art „Sicherheitsabstand“ definiert werden (Phasenreserve):

$$\varphi_{\text{RES}} = 180^\circ - \varphi_{G1}$$

Bei positiver Phasenreserve ($\varphi_{\text{RES}} > 0$) arbeitet dann der Verstärker stabil.

STABILITÄT DER VORLIEGENDEN SCHALTUNG

V ist nach Betrag und Phase vorgegeben. R muß ermittelt werden:

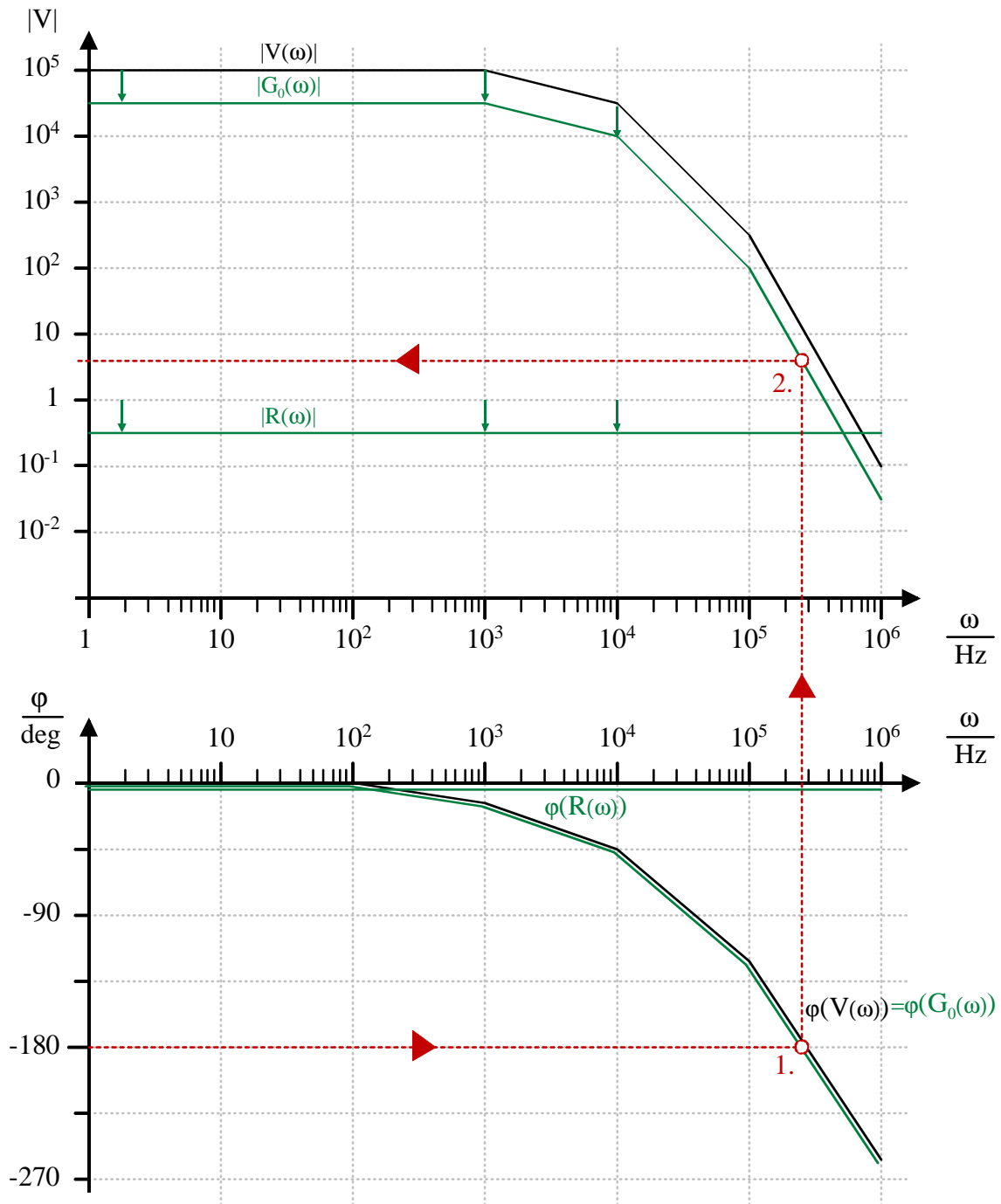
$$R(\omega) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{10\text{k}\Omega}{10\text{k}\Omega + 20\text{k}\Omega} \approx 0,3$$

Das Widerstandsnetzwerk zeigt keine Frequenzabhängigkeit und hat durchweg eine 0 °-Phasenlage. R(ω) trägt man in das Bode-Diagramm ein und addiert grafisch V und R (im logarithmischen Maßstab entspricht das einer Multiplikation). Dazu wird am einfachsten die Abweichung von R zur Verstärkung-1-Linie abgemessen und zu V punktweise übertragen. Die resultierende Kurve entspricht dann G₀(ω).

Zur Bestimmung der Stabilität geht man dann in folgenden Schritten vor:

1. Bestimmung der Frequenz, bei der 180 ° Phasenablage erreicht werden.
2. Bestimmung der Verstärkung auf dieser Frequenz.

In der vorliegenden Schaltung ist die Schleifenverstärkung größer eins. Die Schaltung arbeitet **instabil**.



DIMENSIONIERUNG VON R_2

Für diese Aufgabe muß in umgekehrter Weise verfahren werden:

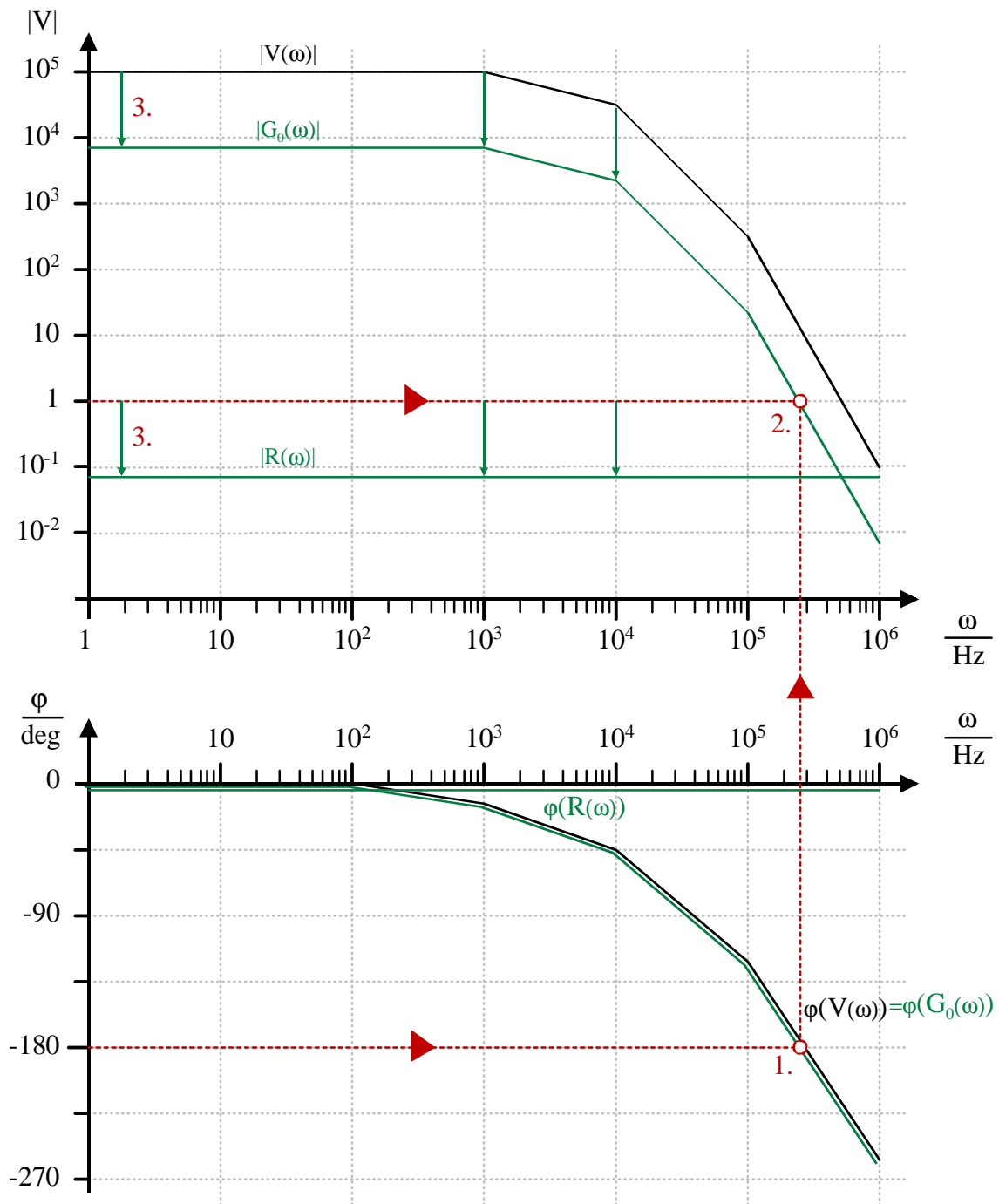
1. Bestimmung der Frequenz, bei der 180° Ablage erreicht werden.
2. Bestimmung eines Kurvenverlaufs der Schleifenverstärkung, der bei der ermittelten Frequenz eine Verstärkung von eins hätte.
3. Rückrechnen des zugehörigen Rückkopplungsfaktors $R(\omega)$.
4. Bestimmung von R_2 aus $R(\omega)$.

Aus dem Bode-Diagramm ergibt sich ein $R(\omega)$, daß **kleiner** als 0,09 sein muß:

$$0,09 > R(\omega) = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Aufgelöst nach R_2 ergibt sich:

$$R_2 > 10 \cdot R_1 = 100\text{k}\Omega$$



12 CMOS-SCHALTUNG

Die CMOS-Schaltung in Bild 12-1 mit den Eingängen A, B und C und dem Ausgang F soll auf ihr logisches Verhalten hin untersucht werden. Dabei soll eine Spannung von 5 V als HIGH-Pegel und eine Spannung von 0 V als LOW-Pegel betrachtet werden.

- Beschreiben Sie die Funktionsweise der Schaltung.
- Stellen Sie die Funktionstabelle von $F = f(A, B, C)$ auf. Um welche Funktion der Schaltalgebra handelt es sich?

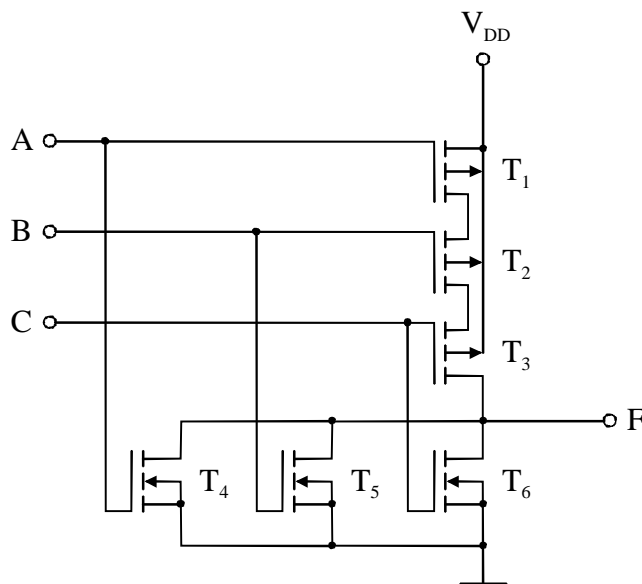


Bild 12-1 CMOS-Schaltung

LÖSUNG 12

POSITIVE UND NEGATIVE LOGIK

Einige Beispiele für die Definition von Logiksignalen zeigt die nachfolgende Tabelle. Dabei kann es durchaus sein, daß neben definierten Spannungsbereichen auch beliebig andere physikalische Größen in Betracht kommen (Ströme, Magnetisierungen, Ladungen, optische oder mechanische Größen etc.). Allen gemein ist aber die Diskretisierung der Werte, häufig in genau zwei Zustände (binär).

Die Begriffe der positiven und negativen Logik beziehen sich i. d. R. auf elektrische Spannungen. Von positiver Logik spricht man, wenn die höhere Spannung einer „1“ bzw. einem „High“ entspricht.

Positive Logik	Negative Logik	TTL		CMOS (5 V)		Differenziell	
		Eingänge	Ausgänge	Eingänge	Ausgänge	„+“-Signal	„-“-Signal
0 Low	1 High	0–0,8 V	0–0,5 V	0–1 V	0–0,1 V	0 V	5 V
1 High	0 Low	2–5 V	2,7–5 V	3,5–5 V	4,9–5 V	5 V	0 V

Zu erkennen sind auch deutliche Sicherheitsabstände zwischen den Spezifikationen für die Ein- und Ausgangsspannungen.

Das folgende Kapitel kommt ohne die Betrachtung physikalischer Größen aus. Transistoren werden als Schalter betrachtet, die nur die zwei Zustände **leitend** und **sperrend** annehmen. Spannungen werden (auf die Betriebsspannung) normiert betrachtet und mit „0“ (0 V, Massepotential) oder mit „1“ (Betriebsspannung) bezeichnet.

FUNKTIONSWEISE

Analog zur Vorlesung kann das hier gezeigte Gatter in einen p- und einen n-Block unterteilt werden.

Für den p-Block gilt:

Das Ausgangssignal F kann nur auf „1“ liegen, wenn alle drei Transistoren T_1 , T_2 und T_3 leiten. Die Eingangssignale A, B und C müssen dazu alle auf „0“ liegen.

Für den n-Block gilt:

Das Ausgangssignal F liegt auf „0“, wenn mindestens einer der drei Transistoren T_4 , T_5 oder T_6 leitet. Für die Eingangssignale A, B und C reicht dazu eine „1“.

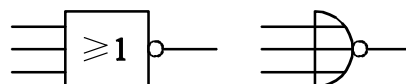
Diese beiden Aussagen stehen nicht im Widerspruch. Es sind daher die Konstruktionsvorschriften für Standard-Gatter angewandt worden. Es leitet jeweils nur einer der Blöcke und der andere sperrt.

Hinweis: Es wäre auch zulässig, beide Blöcke sperren zu lassen (3-state). Verboten ist aber immer die Kombination, beide Blöcke gleichzeitig leiten zu lassen. Dies entspräche einem Kurzschluß der Betriebsspannung gegen Masse. In der Umschaltphase oder bei unzulässigen Eingangsspannungen kann es bei ordnungsgemäß konstruierten Gattern dieses Problem trotzdem geben, wenn auch nicht mit der Gefahr von direkten Kurzschlüssen (siehe Vorlesung).

FUNKTIONSTABELLE

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Es handelt sich um ein NOR-Gatter (NOT-OR) mit drei Eingängen.



13 CMOS-LOGIK

Für die CMOS-Logikfamilie sollen verschiedene Gatter mit je zwei Eingängen (A und B) konstruiert werden. Es ist darauf zu achten, mit möglichst wenigen MOS-Transistoren auszukommen. Die Logiksymbole sollen der „positiven Logik“ entsprechen.

- Wieviele verschiedene logische Verknüpfungen sind für Gatter mit zwei Eingängen möglich? Welcher Zusammenhang gilt allgemein für N Eingänge?
- Erstellen Sie die vollständige Tabelle für zwei Eingänge (also auch die Kombinationen, bei denen weniger als 2 Eingangssignale zur Funktion beitragen). Wie lauten die algebraischen Ausdrücke? Tragen Sie außerdem für bekannte Verknüpfungen den Gattertyp und das dazugehörige Schaltsymbol ein. Sie können dafür die vorbereitete Tabelle 13-1 benutzen. Als Hilfe sind bereits vier Verknüpfungen vollständig eingetragen.
- Für die Verknüpfungen $A \wedge B$, $A \vee \bar{B}$ und $A \wedge B \vee \bar{A} \wedge \bar{B}$ sind die Gatter auf Transistor-Ebene zu konstruieren.

Tabelle 13-1

#	Karnaugh-Darstellung	Algebraischer Ausdruck	Gatter-Bezeichnung	Logik-Symbol
1		0	NULLFUNKTION	0 —
2		$A \wedge B$	KONJUNKTION (AND)	
3				
4				
5				
6				

#	Karnaugh-Darstellung	Algebraischer Ausdruck	Gatter-Bezeichnung	Logik-Symbol
7	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \blacksquare \\ \overline{\mathbf{A}} & \blacksquare & \square \end{array}$	$A \wedge \overline{B} \vee \overline{A} \wedge B$	ANTIVALENZ (XOR)	
8	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			
9	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			
10	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			
11	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			
12	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			
13	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			
14	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			
15	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \blacksquare \\ \overline{\mathbf{A}} & \blacksquare & \square \end{array}$	$\overline{A} \vee \overline{B} = \overline{A \wedge B}$	ANTI-KONJUNKTION (NAND)	
16	$\begin{array}{cc} & \mathbf{B} & \overline{\mathbf{B}} \\ \mathbf{A} & \square & \square \\ \overline{\mathbf{A}} & \square & \square \end{array}$			

LÖSUNG 13
MÖGLICHE VERKNÜPFUNGEN FÜR GATTER MIT N EINGÄNGEN

Allgemein gibt es $2^{(2^N)}$ mögliche Verknüpfungen für Gatter mit N Eingängen. In dieser Zahl sind aber auch alle Verknüpfungen mit weniger als N Eingängen enthalten. Für zwei Eingänge gibt es also $2^{(2^2)} = 16$ Möglichkeiten.

ALLE VERKNÜPFUNGEN FÜR GATTER MIT ZWEI EINGÄNGEN

#	Karnaugh-Darstellung	Algebraischer Ausdruck	Gatter-Bezeichnung	Logik-Symbol
1		0	NULLFUNKTION	0 —
2		$A \wedge B$	KONJUNKTION (AND)	
3		$\bar{A} \wedge B = \overline{A \vee \bar{B}}$	—	
4		B	IDENTITÄT	
5		$A \wedge \bar{B} = \overline{\bar{A} \vee B}$	—	
6		A	IDENTITÄT	
7		$A \wedge \bar{B} \vee \bar{A} \wedge B$	ANTIVALENZ (XOR)	
8		$A \vee B$	DISJUNKTION (OR)	

#	Karnaugh-Darstellung	Algebraischer Ausdruck	Gatter-Bezeichnung	Logik-Symbol
9		$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}$	ANTI-DISJUNKTION (NOR)	
10		$A \wedge B \vee \overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \wedge \overline{B} \vee \overline{A} \wedge B}$	ÄQUIVALENZ (XNOR)	
11		\overline{A}	NEGATION	
12		$\overline{A} \vee B = \overline{A \wedge \overline{B}}$	IMPLIKATION	
13		\overline{B}	NEGATION	
14		$A \vee \overline{B} = \overline{\overline{A} \wedge B}$	IMPLIKATION	
15		$\overline{A} \vee \overline{B} = \overline{A \wedge B}$	ANTI-KONJUNKTION (NAND)	
16		1	EINSFUNKTION	1 —

Hinweis: Die folgenden drei Logikfunktionen sind mit **zwei** Eingangsvariablen identisch:

Antivalenz		„0“, wenn alle Eingänge auf gleichem Pegel sind
Exklusives Oder		„1“, wenn genau ein Eingang auf „1“ liegt
Ungerade Parität		„1“, wenn eine ungerade Anzahl der Eingänge auf „1“ liegt

KONSTRUKTION VON CMOS-GATTERN

Die vorgegebene Funktion ist so weit wie möglich in Übereinstimmung mit den Konstruktionsregeln für CMOS-Gatter zu bringen:

$$\text{p-Block: } f_p = f(\overline{A}, \overline{B})$$

$$\text{n-Block: } f_n = \overline{f(A, B)}$$

Beide Funktionen lassen sich nach deMorgan überführen. Es kann daher eine beliebige von beiden an die Vorgabe angepaßt werden, die andere ergibt sich dann aus der Transformation. Nach der Anpassung sollen nur noch so wenig wie möglich zusätzliche Inverter nötig sein. Bei unvermaschter Logik (wie in dieser und allen folgenden Aufgaben dieser Übungsreihe) gibt es nur zwei Möglichkeiten für die entsprechenden Funktionen. Davon benutzt man den Ausdruck mit den wenigsten zusätzlichen Invertierungen. Bei Gleichheit kann ein beliebiger ausgewählt werden. Alternativ kann geprüft werden, ob die Vorgabe besser zum n- oder zum p-Block paßt. Der jeweils andere Block muß dann umgewandelt werden.

Hinweis: In der Praxis kommt es vor, daß ausgewählte Datenpfade besonders wenig Verzögerung durch Gatterlaufzeiten erfahren dürfen. Für diese Fälle interessiert dann nur die Anzahl von Gattern für diesen speziellen Pfad (z. B. von A nach F) und nicht der Gesamtaufwand.

KONSTRUKTION DER CMOS-GATTER

Gefordert ist die Funktion $A \wedge B$.

Für den p-Block $f(\bar{A}, \bar{B})$ wären zwei zusätzliche Inverter nötig, nämlich für beide Eingänge A und B. Für den n-Block $\overline{f(A, B)}$ müßte nur ein Inverter an den Ausgang angeschlossen werden. Die zweite Lösung ist damit einfacher zu realisieren.

Dazu konvertiert man die geforderte Funktion für den n-Block:

$$f'_N = \overline{A \wedge B} \text{ mit } f'_N = \overline{f_N}$$

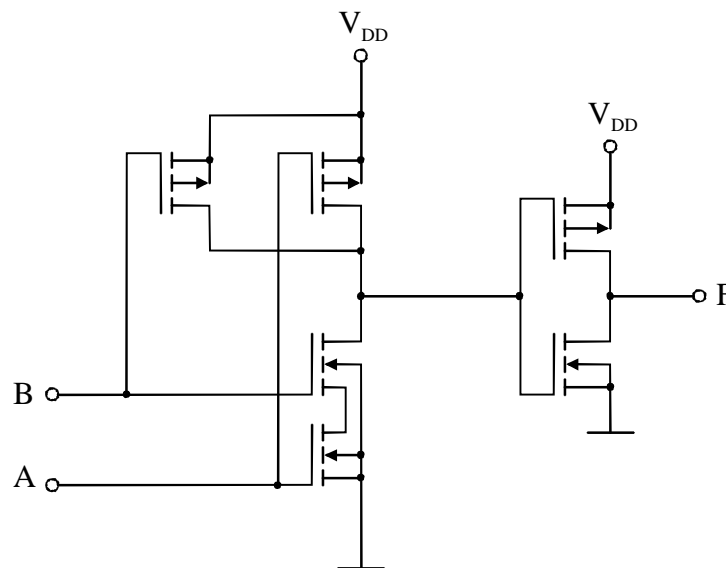
Für den p-Block gilt der folgende Ausdruck:

$$f'_P = \overline{A \vee B} \text{ mit } f'_P = \overline{f_P}$$

Die Zusammenschaltung der einzelnen Transistoren erfolgt nach Vorgabe der Vorlesung in folgender Weise:

- „ \wedge “ (UND) entspricht einer Serienschaltung der Transistoren,
- „ \vee “ (ODER) entspricht einer Parallelschaltung der Transistoren im Block.

Bei der vorliegenden Gatterkonstruktion handelt es sich um ein NAND mit nachgeschaltetem Inverter.



Gefordert ist die Funktion $A \vee \bar{B}$.

Für den p-Block $f(\bar{A}, \bar{B})$ wäre ein zusätzliche Inverter nötig, nämlich für den Eingang A. Für den n-Block $\bar{f}(A, B)$ müßten zwei Inverter angeschlossen werden, am Eingang B und am Ausgang. Die erste Lösung ist damit einfacher zu realisieren.

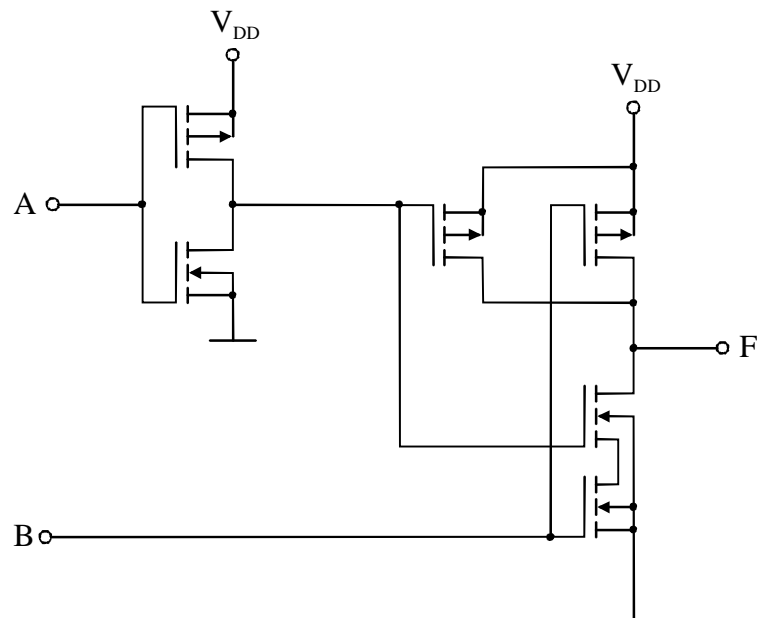
Dazu konvertiert man die geforderte Funktion für den p-Block:

$$f_p = \bar{A}' \vee \bar{B} \text{ mit } A' = \bar{A}$$

Für den n-Block gilt der folgende Ausdruck:

$$f_n = \bar{A}' \wedge \bar{B} \text{ mit } A' = \bar{A}$$

Bei der vorliegenden Gatterkonstruktion handelt es sich um ein NAND mit vorgeschaltetem Inverter für A.



Gefordert ist die Funktion $A \wedge B \vee \bar{A} \wedge \bar{B}$.

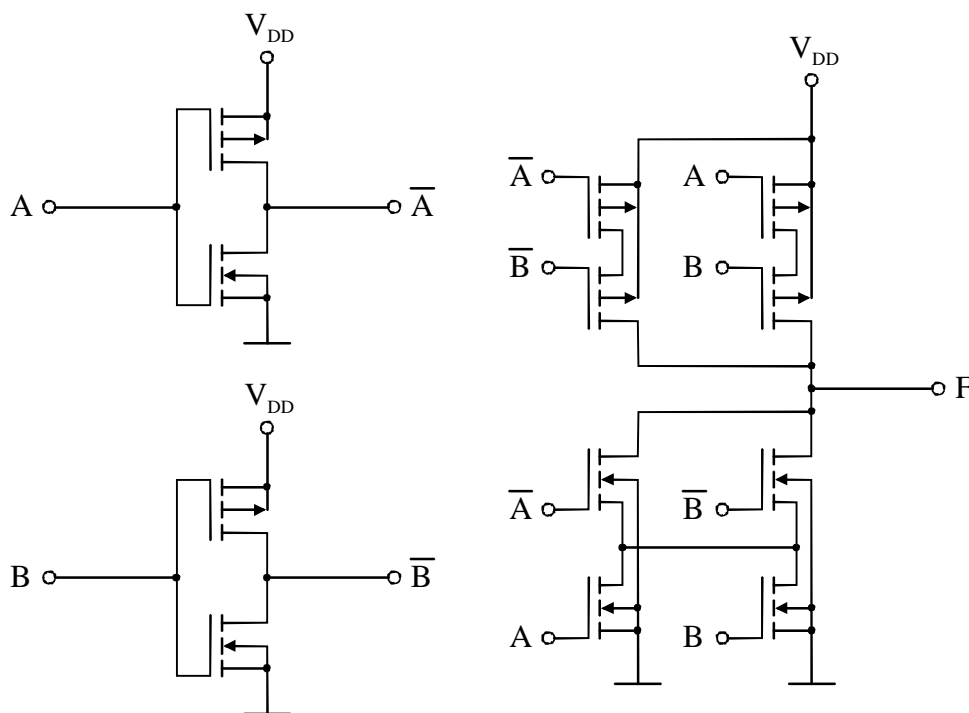
Für den p-Block $f(\bar{A}, \bar{B})$ wären zwei zusätzliche Inverter nötig, nämlich für die Eingänge A und B. Für den n-Block $\overline{f(\bar{A}, \bar{B})}$ müßten drei Inverter angeschlossen werden, an beiden Eingängen A und B und am Ausgang. Die erste Lösung ist damit einfacher zu realisieren.

Dazu konvertiert man die geforderte Funktion für den p-Block:

$$f_p = \bar{A}' \wedge \bar{B}' \vee \bar{A} \wedge \bar{B} \text{ mit } A' = \bar{A}, B' = \bar{B}$$

Für den n-Block gilt der folgende Ausdruck:

$$f_n = \overline{(A' \vee B') \wedge (A \vee B)} \text{ mit } A' = \bar{A}, B' = \bar{B}$$



14 KONSTRUKTION VON CMOS-GATTERN

Für die CMOS-Logikfamilie sollen verschiedene Gatter mit mehreren Eingängen (A, B, C usw.) konstruiert werden. Benutzen Sie die in der Vorlesung gezeigte Vorgehensweise mit den n- und p-Blockfunktionen. Die Logiksymbole sollen der „positiven Logik“ entsprechen. Es sind die folgenden Logikfunktionen zu realisieren:

a) $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (C + \overline{D})$

b) $\overline{A \cdot B \cdot C + D}$

c) $A \cdot B + C \cdot D \cdot E$

LÖSUNG 14

KONSTRUKTION DER CMOS-GATTER

Gefordert ist die Funktion $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (C + \overline{D})$.

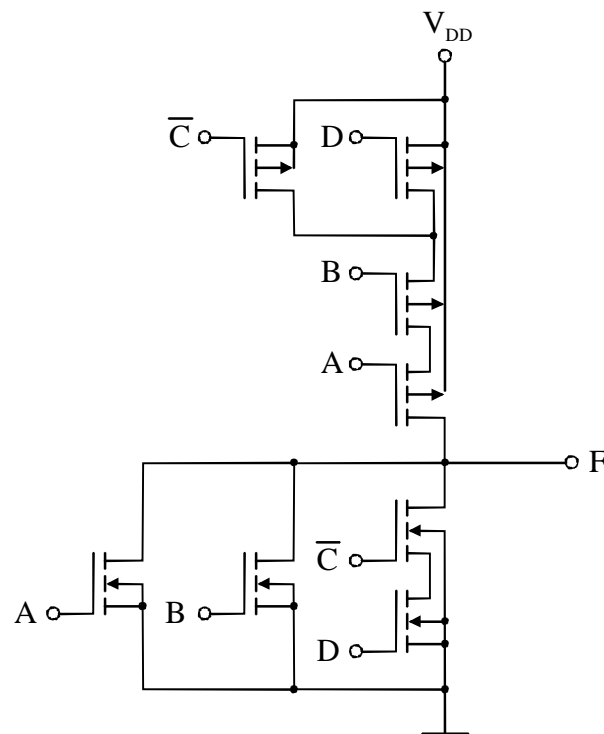
Für C ist ein Inverter nötig.

Funktion für den p-Block:

$$f_p = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{C'} + \overline{D}) \text{ mit } C' = \overline{C}$$

Funktion für den n-Block:

$$f_n = \overline{A + B + C' \cdot D} \text{ mit } C' = \overline{C}$$



Gefordert ist die Funktion $\overline{A \cdot B \cdot C + \overline{D}}$.

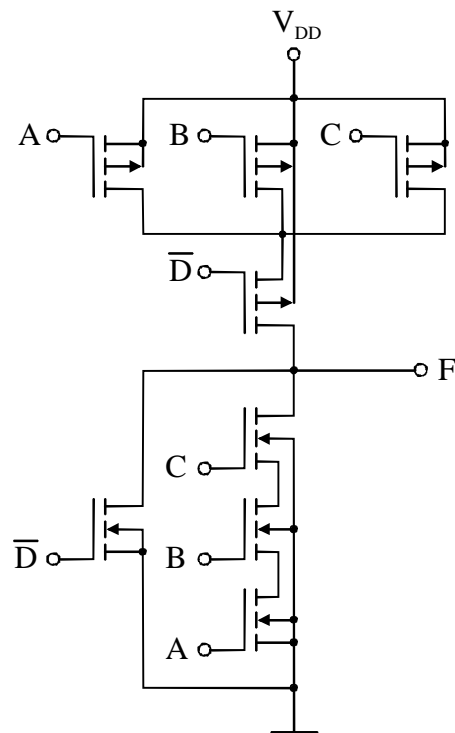
Für D ist ein Inverter nötig.

Funktion für den p-Block:

$$f_P = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot \overline{D}' \text{ mit } D' = \overline{D}$$

Funktion für den n-Block:

$$f_N = \overline{A \cdot B \cdot C + D'} \text{ mit } D' = \overline{D}$$



Gefordert ist die Funktion $A \cdot B + C \cdot D \cdot E$.

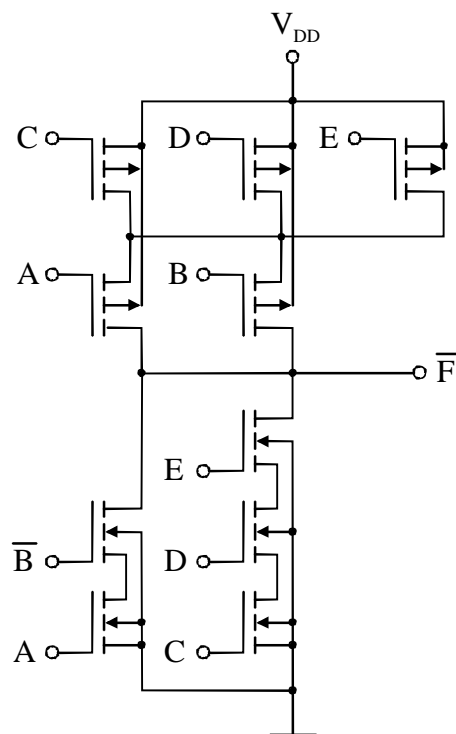
Für F ist ein Inverter nötig.

Funktion für den p-Block:

$$f'_p = (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + \bar{D} + \bar{E}) \quad \text{mit} \quad f'_p = \bar{f}_p$$

Funktion für den n-Block:

$$f'_n = \overline{A \cdot B + C \cdot D \cdot E} \quad \text{mit} \quad f'_n = \bar{f}_n$$



15 REFLEXIONEN AUF LEITUNGEN

Bild 15-1 zeigt zwei Gatter G_1 und G_2 , die über eine homogene Leitung mit dem Leitungsanfang X und dem Leitungsende Y miteinander verbunden sind. Die Leitung ist durch den Wellenwiderstand $Z_0 = 80 \Omega$ und die Laufzeit $T = 2 \text{ ns}$ gekennzeichnet. Die Gatter G_1 und G_2 können durch eine Spannungsquelle mit $U_0 = 6 \text{ V}$, einer Ausgangsimpedanz Z_A sowie einer Eingangsimpedanz Z_E modelliert werden. Die Spannungsquelle U_0 schalte zum Zeitpunkt $t = 0$ von 0 V auf 6 V . Es sollen jeweils die folgenden Fälle untersucht werden:

Tabelle 15-1

Fall	Z_A	Z_E
1	20Ω	320Ω
2	80Ω	∞
3	0	80Ω
4	80Ω	80Ω

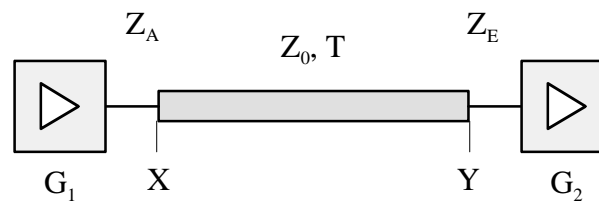


Bild 15-1

- Bestimmen Sie für alle vier Fälle die Werte der Reflexionsfaktoren r_A am Anfang (X) und r_E am Ende (Y) der Leitung.
- Zeichnen Sie den Impulsfahrplan mit Angabe der Spannungswerte der reflektierten Impulse für alle vier Fälle und den Zeitbereich $0 \leq t \leq 4 T$.
- Tragen Sie für den ersten Fall den Spannungsverlauf am Leitungsanfang (X) und am Leitungsende (Y) über der Zeit auf. Betrachten Sie auch hier den Zeitbereich $0 \leq t \leq 4 T$.
- Beurteilen Sie qualitativ das Einschwingverhalten, das durch die untersuchten Fälle erreicht wird.
- Stellen Sie für den jeweiligen eingeschwungenen Zustand ($t = \infty$) die Eingangsspannungen am Gatter G_2 sowie die Gesamtleistungsbilanzen gegenüber. Welche Anordnung hat den größten Vorteil?

LÖSUNG 15

REFLEXIONSFAKTOREN

Die Reflexionsfaktoren berechnen sich nach der Formel aus der Vorlesung:

$$r_A = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0}, \quad r_E = \frac{Z_E - Z_0}{Z_E + Z_0}$$

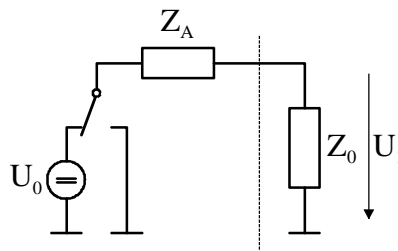
Hinweis: Der Reflexionsfaktor ist eine komplexe Größe. Nur wenn die Anschluß- und Leitungsimpedanzen beide als reell angesetzt werden (wie in dieser Übungsaufgabe), ergibt sich auch ein reeller Reflexionsfaktor. Der Wertebereich für Reflexionsfaktoren ist begrenzt auf:

$$|r_X| \leq 1$$

Die Phase kann theoretisch alle Werte ($0^\circ - 360^\circ$) annehmen, hier aber nur 0° oder 180° .

IMPULSFAHRPLAN

Der Spannungswert der ersten von X nach Y laufenden Welle ergibt sich aus dem Ersatzschaltbild der Anordnung. Dabei kann eine Leitung mit dem Wellenwiderstand Z_0 als Lastwiderstand gleicher Größe angesehen werden.



Die erste Spannungswelle U_1 ergibt sich somit aus dem Spannungsteiler mit Z_0 und Z_A :

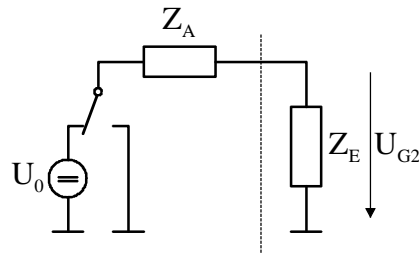
$$U_1 = U_0 \cdot \frac{Z_0}{Z_A + Z_0}$$

Für die Zeitintervalle $[0 \dots 2T]$ und $[2T \dots 4T]$ an der Stelle X und die Intervalle $[1T \dots 3T]$ und $[3T \dots 5T]$ für die Stelle Y sind die bis zu den entsprechenden Zeitpunkten aufgelaufen Teilwellen zu addieren.

EINSCHWINGVERHALTEN

Das Einschwingverhalten ist als gut zu betrachten, wenn an mindestens einer Seite (X oder Y) der Reflexionsfaktor Null ist (Anpassung). Nur im Fall 1 gibt es Mehrfachreflexionen, die zu einem schlechten Einschwingverhalten führen.

Zusätzlich kann überprüft werden, welche Spannungen sich im stationären Zustand am Eingang von G_2 einstellen. Dazu kann die Leitung als einfache Verbindung von G_1 zu G_2 gesehen werden.



Die Spannung U_{G2} ergibt sich aus dem Spannungsteiler mit Z_E und Z_A :

$$U_{G2} = U_0 \cdot \frac{Z_E}{Z_A + Z_E}$$

LEISTUNGSBILANZ

Die Leistungsbilanz für den statischen Zustand kann gleichfalls nach o. g. Verfahren ermittelt werden. Die Leistung ergibt sich zu:

$$P_{\text{STAT}} = \frac{U_0^2}{Z_A + Z_E}$$

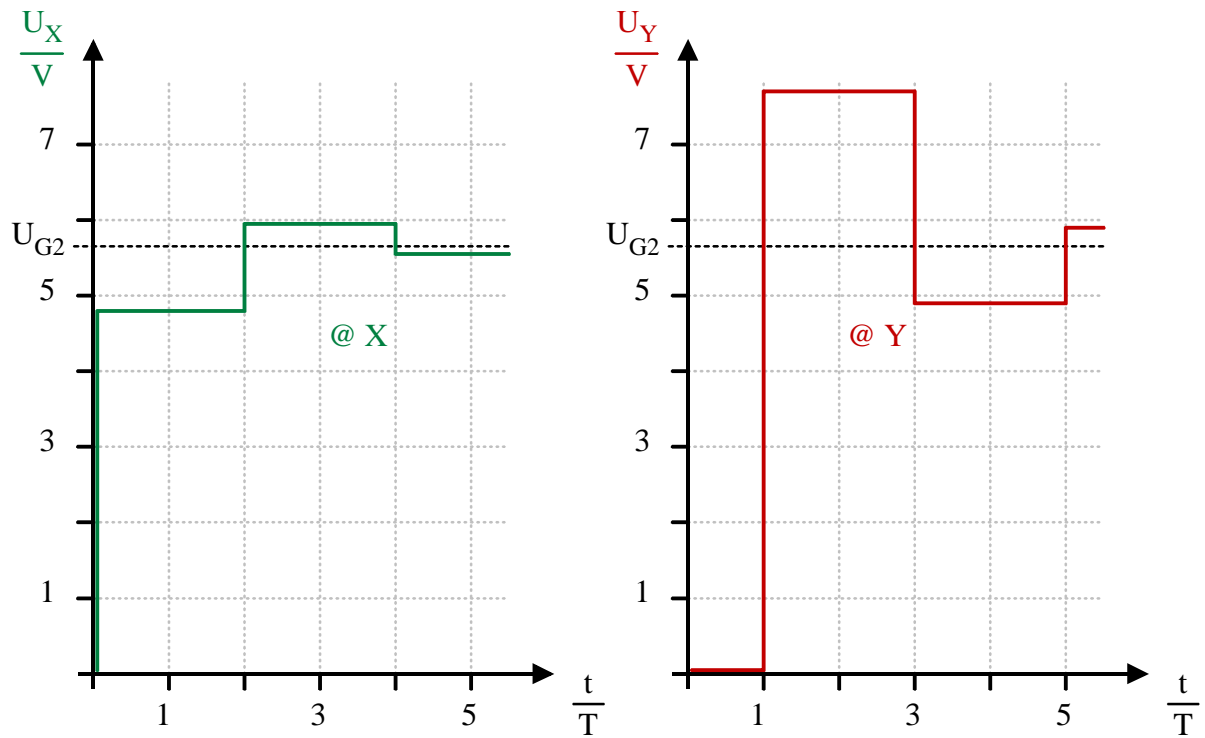
Hinweis: Zur vollständigen Bewertung des Leistungsverbrauchs muß die mittlere Umschaltfrequenz des Ausgangssignals berücksichtigt werden. Für kurze Leitungen kann auch eine Ersatzkapazität der Leitung berechnet werden (Umladeverluste). Als kurz gilt eine Leitung, wenn ihre Länge klein gegenüber der Wellenlänge ausfällt, die der maximalen Schaltfrequenz entspricht.

		Fall	1	2	3	4	[]
		$r_A = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0}$	-0,6	0	-1	0	
		$r_E = \frac{Z_E - Z_0}{Z_E + Z_0}$	0,6	1	0	0	
		$U_1 = U_0 \cdot \frac{Z_0}{Z_A + Z_0}$	4,8	3	6	3	V
		$U_2 = U_1 \cdot r_E$	2,88	3	0	0	V
		$U_3 = U_2 \cdot r_A$	-1,73	0	0	0	V
		$U_4 = U_3 \cdot r_E$	-1,04	0	0	0	V
An der Stelle X	$0 < t < 2T$	U_1	4,8	3	6	3	V
	$2T < t < 4T$	$U_1 + U_2 + U_3$	5,95	6	6	3	V
An der Stelle Y	$0 < t < T$	0	0	0	0	V	
	$T < t < 3T$	$U_1 + U_2$	7,68	6	6	3	V
	$3T < t < 5T$	$U_1 + U_2 + U_3 + U_4$	4,91	6	6	3	V
Einschwingverhalten			-	+	+	+	
Stationäre Spannung an G_2		$U_{G2} = U_0 \cdot \frac{Z_E}{Z_A + Z_E}$	5,65	6	6	3	V
Stationäre Gesamtleistung		$P_{STAT} = \frac{U_0^2}{Z_A + Z_E}$	106	0	450	225	mW

Bezüglich des Einschwingverhaltens, der stationären G_2 -Spannung und der stationären Leistungsaufnahme hat der Fall 2 die besten Eigenschaften.

SPANNUNGSVERLÄUFE

Für den Fall 1 sehen die Spannungverläufe an den Stellen X und Y wie folgt aus:



16 REFLEXION UND BRECHUNG

Bild 16-1 zeigt eine Schaltung mit zwei Treiberbausteinen G_1 und G_2 , die über eine Leitung miteinander verbunden sind. Die Leitung besteht aus zwei Segmenten, die jeweils verschiedene Leitungswiderstände Z und Laufzeiten T haben. An der Stelle Y treffen beide Segmente aneinander. Jeder Treiberbaustein kann durch die Eingangsimpedanz $Z_E = 40 \Omega$ und die Ausgangsimpedanz $Z_A = 60 \Omega$ modelliert werden. Der Treiber G_1 schalte zum Zeitpunkt $t = 0$ von 0 V auf 15 V .

Weitere Angaben: $T_1 = 2 \text{ ns}$, $T_2 = 1 \text{ ns}$, $Z_1 = 40 \Omega$, $Z_2 = 60 \Omega$.

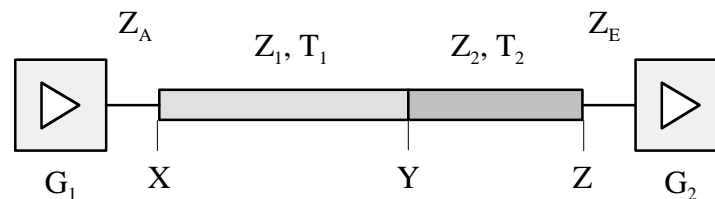


Bild 16-1

- Geben Sie die Werte der Reflexionsfaktoren r_A am Leitungsanfang (X) und r_E am Leitungsende (Z) an und bestimmen Sie den Brechungsfaktor an der Stelle Y sowohl für „hinlaufende“ (b_H) als auch für „rücklaufende“ Wellen (b_R).
- Zeichnen Sie den Impulsfahrplan mit Angabe der Spannungswerte der reflektierten Impulse für den Zeitbereich $0 \leq t \leq 6 T$. Dabei soll eine Zeiteinheit $T = 1 \text{ ns}$ benutzt werden.
- Skizzieren Sie mit Hilfe der in Aufgabenteil a) bestimmten Werte für die Stellen X , Y und Z den Spannungsverlauf über der Zeit.

LÖSUNG 16

REFLEXIONS- UND BRECHUNGSFAKTOREN

Die Reflexionsfaktoren lauten:

$$r_A = \frac{Z_A - Z_1}{Z_A + Z_1} = \frac{60\Omega - 40\Omega}{60\Omega + 40\Omega} = 0,2$$

$$r_E = \frac{Z_E - Z_2}{Z_E + Z_2} = \frac{40\Omega - 60\Omega}{40\Omega + 60\Omega} = -0,2$$

Die Brechungsfaktoren sind nach der Formel aus der Vorlesung definiert:

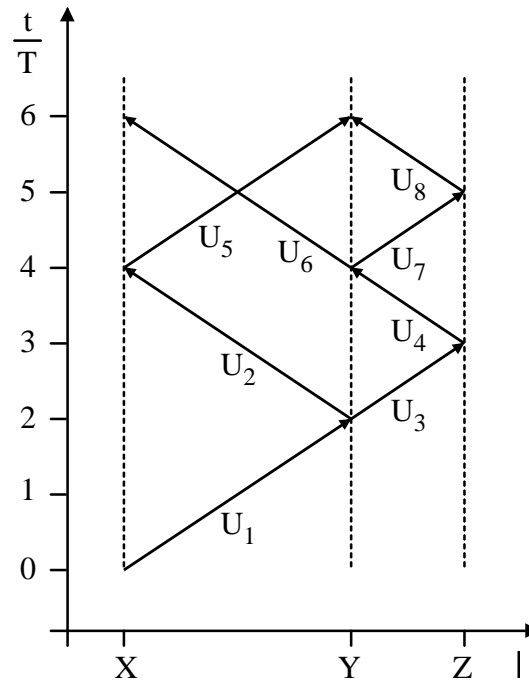
$$b_H = 1 + r_H = 1 + \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{2 \cdot 60\Omega}{40\Omega + 60\Omega} = 1,2$$

$$b_R = 1 + r_R = 1 + \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{2 \cdot 40\Omega}{60\Omega + 40\Omega} = 0,8$$

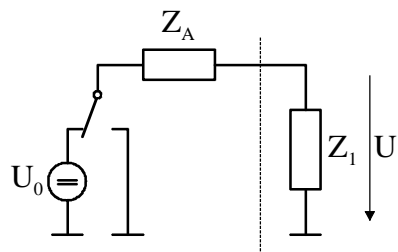
Hinweis: Auch der Brechungsfaktor ist i. A. eine komplexe Größe. Für ihn gilt:

$$|b_X - 1| \leq 1$$

IMPULSFAHRPLAN



Der Spannungswert der ersten Welle ergibt sich aus dem Ersatzschaltbild der Anordnung. Dabei wird die erste Leitung als Lastwiderstand mit dem Wert Z_1 angesehen.



Die erste Spannungswelle U_1 ergibt sich somit aus dem Spannungsteiler mit Z_1 und Z_A :

$$U_1 = U_0 \cdot \frac{Z_1}{Z_A + Z_1} = 15V \cdot \frac{40\Omega}{40\Omega + 60\Omega} = 6V$$

Da sich die gebrochene Welle spannungsbezogen aus der hinlaufenden und der reflektierten Welle zusammensetzt ($U_B = U_H + U_R$), gelten die folgende Beziehungen:

$$U_3 = U_1 + U_2 \text{ und } U_6 = U_4 + U_7$$

Die weiteren Teilwellen ergeben sich zu:

$$U_2 = U_1 \cdot (b_H - 1) = 6V \cdot 0,2 = 1,2V$$

$$U_3 = U_1 \cdot b_H = 6V \cdot 1,2 = 7,2V$$

$$U_4 = U_3 \cdot r_E = 7,2V \cdot -0,2 = -1,44V$$

$$U_5 = U_2 \cdot r_A = 1,2V \cdot 0,2 = 0,24V$$

$$U_6 = U_4 \cdot b_R = -1,44V \cdot 0,8 = -1,15V$$

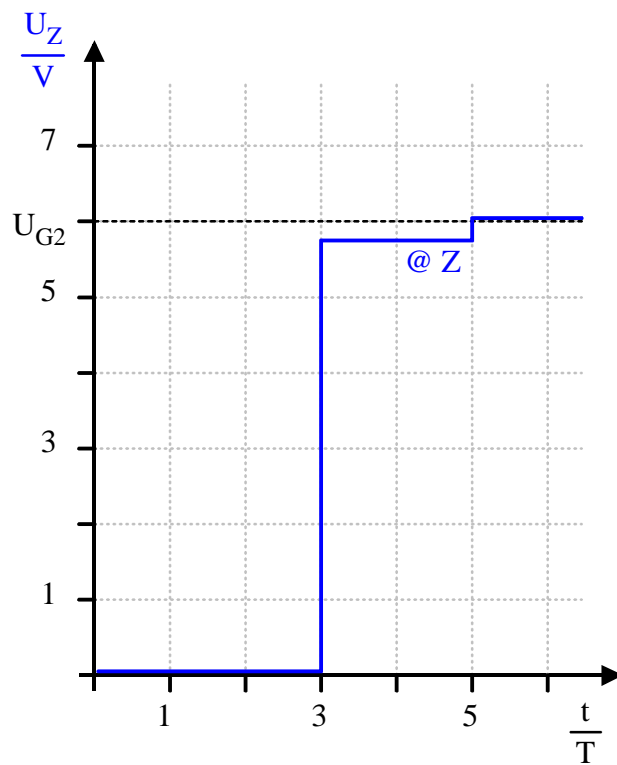
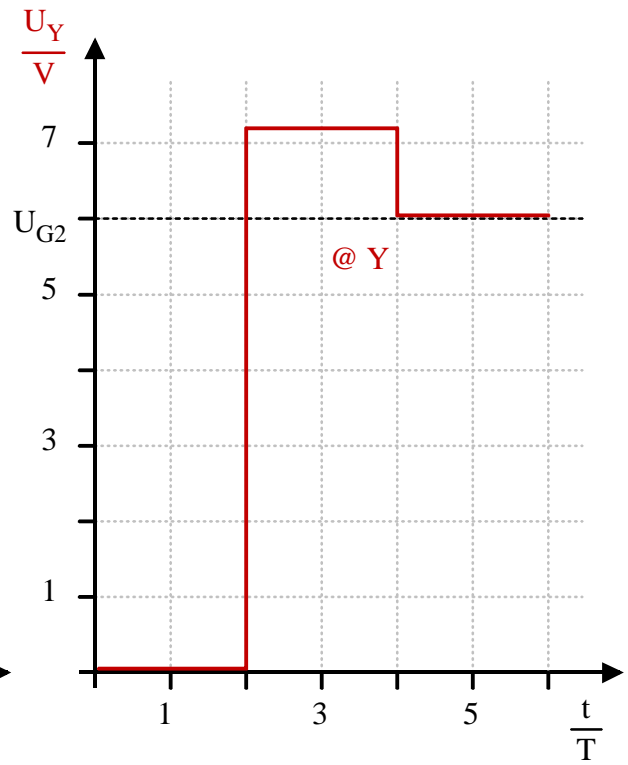
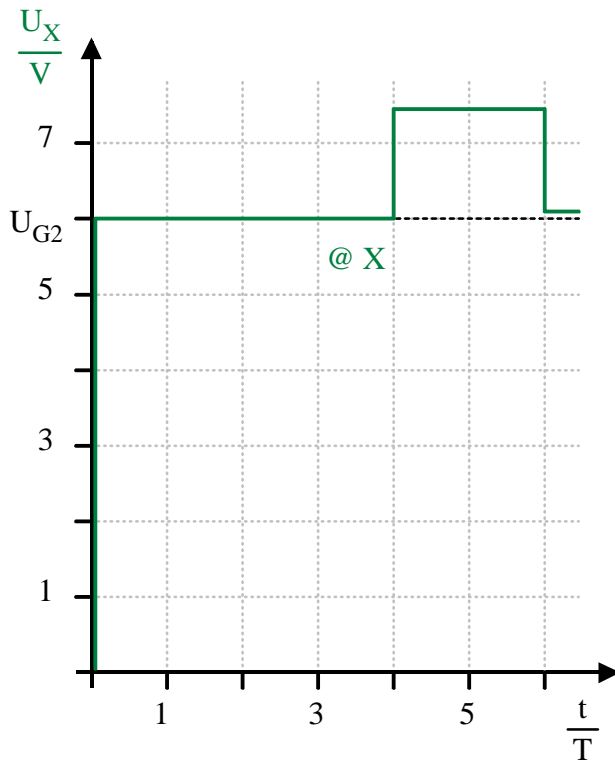
$$U_7 = U_4 \cdot (b_R - 1) = -1,44V \cdot -0,2 = 0,29V$$

$$U_8 = U_7 \cdot r_E = 0,29V \cdot -0,2 = 0,06V$$

Folgende Überlagerungen der Spannungen sind zu bestimmen:

Ort	Zeitintervall	Überlagerung	Spannung
X	$0 < t < 4T$	U_1	6 V
	$4T < t < 6T$	$U_1 + U_2 + U_5$	7,44 V
Y	$0 < t < 2T$	0	0 V
	$2T < t < 4T$	U_3	7,2 V
	$4T < t < 6T$	$U_3 + U_6$	6,05 V
Z	$0 < t < 3T$	0	0 V
	$3T < t < 5T$	$U_3 + U_4$	5,76 V
	$5T < t < 7T$	$U_3 + U_4 + U_7 + U_8$	5,99 V

SPANNUNGSVERLÄUFE



17 ZEITVERHALTEN VON FLIP-FLOPS

Bild 17-1 zeigt eine Schaltung mit flankengesteuerten JK-Flip-Flops. Die Kenndaten der Bausteine können der nachfolgenden Tabelle entnommen werden.

Tabelle 17-1

	74F114	74F02	74F32
t_{PDLH}	3,0 - 7,5 ns	2,5 - 6,5 ns	3,0 - 6,6 ns
t_{PDHL}	3,0 - 8,5 ns	1,5 - 5,3 ns	3,0 - 6,3 ns
t_{SETUP}	5 ns		
t_{HOLD}	1 ns		

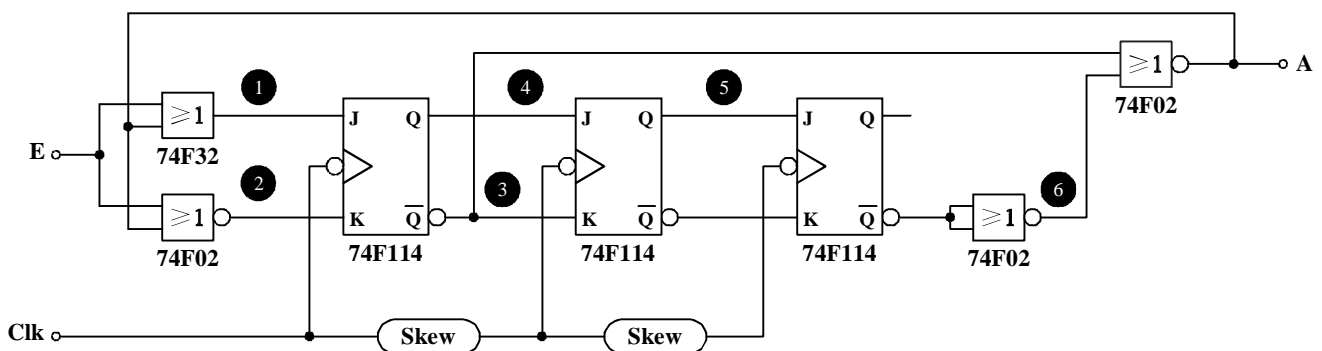


Bild 17-1 Schaltung mit flankengesteuerten Flip-Flops

- Vervollständigen Sie die Signalverläufe im Bild 17-2. Nehmen Sie dabei eine einheitliche Verzögerungszeit der Gatter an ($t_{PD} \approx 0,1 t_{CYCLE}$). Der Takt-Skew ist zu vernachlässigen.
- Erklären Sie in kurzen Worten die Funktion der Schaltung.
- Wie groß ist der maximale Skew $t_{SKEW,MAX}$, mit dem die Schaltung funktionstüchtig ist?
- Bestimmen Sie die maximale Taktfrequenz f_{MAX} , mit der die Schaltung für $1ns \leq t_{SKEW} \leq 2ns$ betrieben werden kann.
- Durch welche schaltungstechnische Maßnahme kann die maximale Taktrate f_{MAX} erhöht werden? Wie hoch ist die Taktrate für $t_{SKEW} = 2ns$?

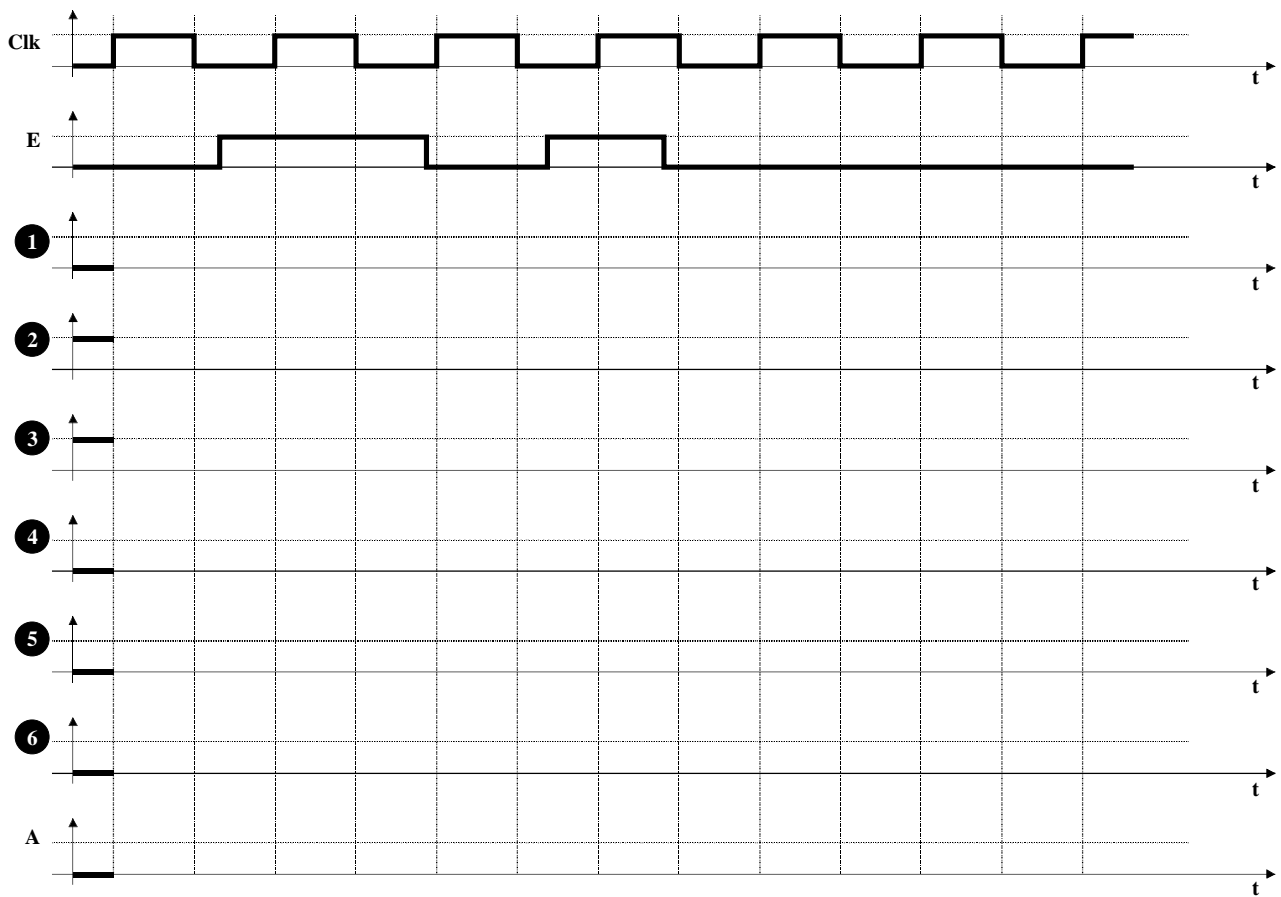


Bild 17-2 Signalverläufe

LÖSUNG 17

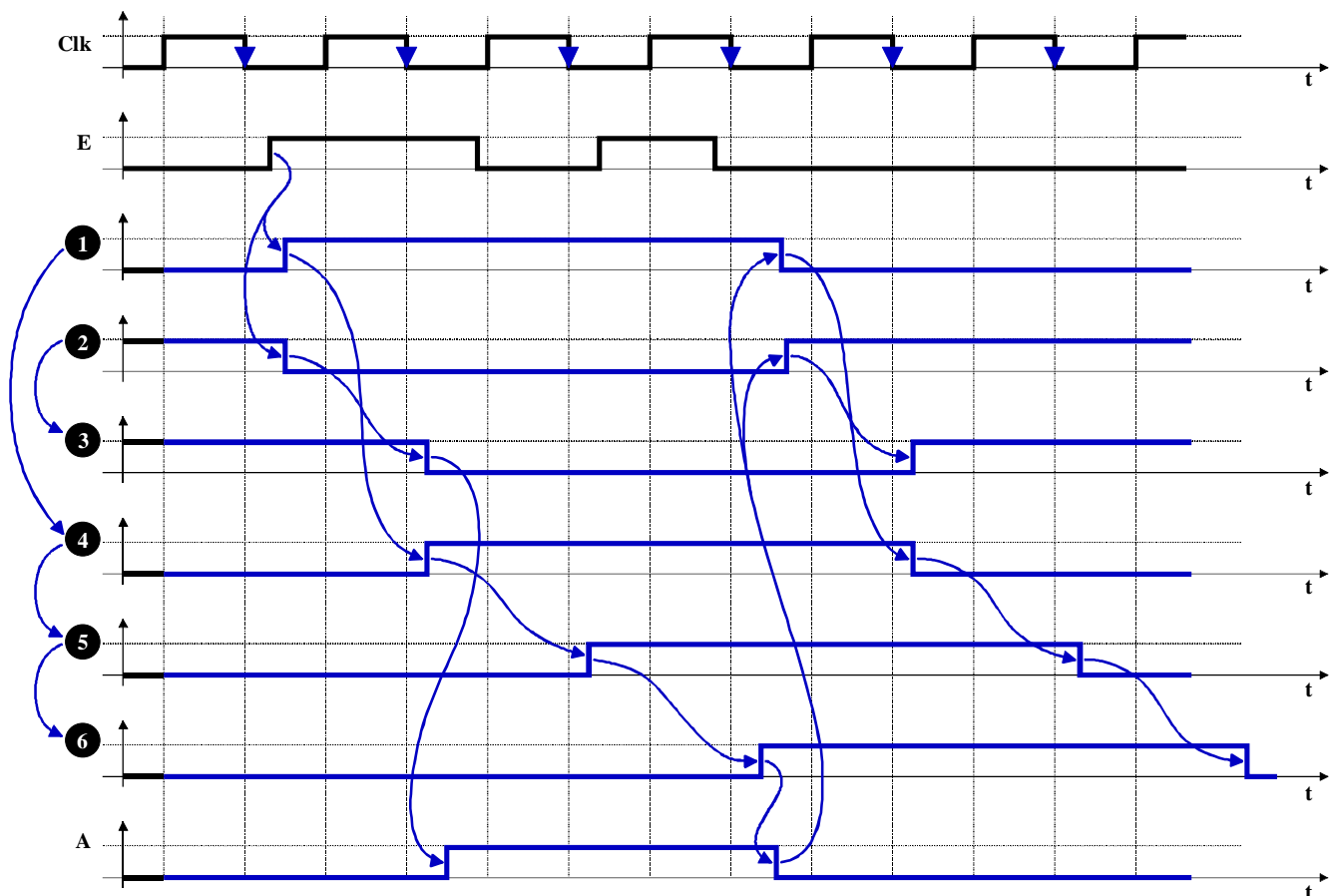
SIGNALVERLÄUFE

Zum Verständnis der Arbeitsweise der Schaltung sollten die Funktionstabellen der verwendeten Bausteine aufgestellt werden.

74F32			74F02
E ₁	E ₂	A	A
0	0	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0

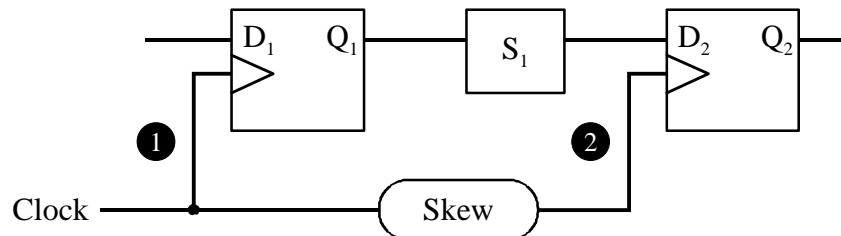
74F114				
J	K	Clk	Q	\bar{Q}
0	0	↓	Q ₀	\bar{Q}_0
1	0	↓	1	0
0	1	↓	0	1
1	1	↓	\bar{Q}_0	Q ₀

Die Signalverläufe ergeben sich damit wie folgt:

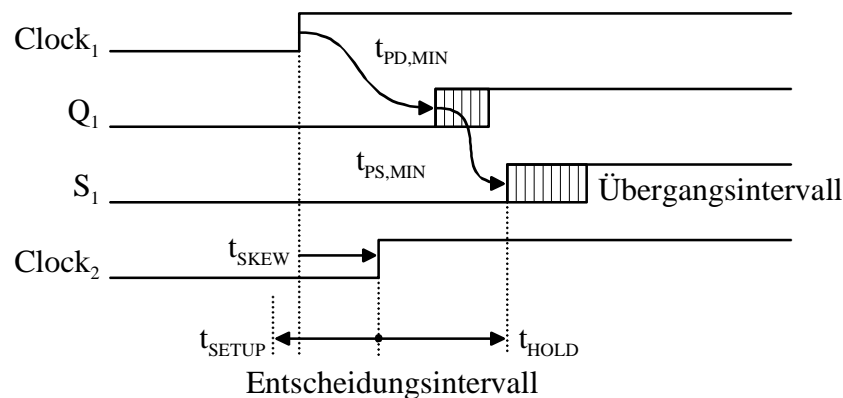


FUNKTION DER SCHALTUNG

Ab dem Folgezyklus nach dem Erkennen einer positiven Taktflanke am Eingang E erscheint für drei Zyklen (Gatterverzögerung vernachlässigt) ein H-Pegel am Ausgang (nicht nachtriggerbarer Univibrator).

MAXIMALER SKEW


Folgende Maßkette ergibt sich für die Ermittlung des maximalen Clock-Skews zwischen zwei in Serie geschalteten Flip-Flops. Dabei ist es unerheblich, ob es sich um zwei verschiedene Flip-Flops oder um ein einzelnes rückgekoppeltes Flip-Flop handelt. Bei letzter Variante ist lediglich kein Clock-Skew vorhanden, so daß nur die Daten dieses Flip-Flops selbst darüber entscheiden, ob ein sicherer Betrieb möglich ist.



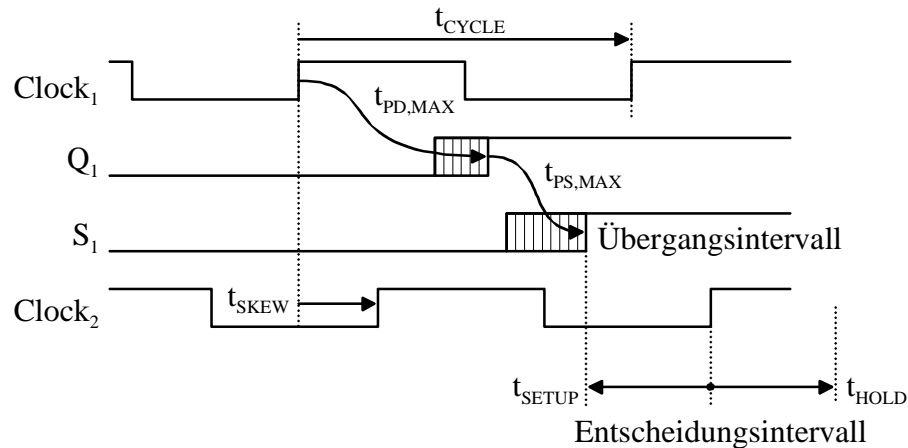
$$t_{\text{SKEW,MAX}} = t_{\text{PD,MIN}} + t_{\text{PS,MIN}} - t_{\text{HOLD}}$$

Die entscheidenden kritischen Pfade liegen hier von $\text{FF}_1 \Leftrightarrow \text{FF}_2$ und von $\text{FF}_2 \Leftrightarrow \text{FF}_3$:

$$t_{\text{SKEW,MAX}} = t_{\text{PD,MIN}}(\text{F114}) + 0 - t_{\text{HOLD}}(\text{F114}) = 3 \text{ ns} + 0 \text{ ns} - 1 \text{ ns} = 2 \text{ ns}$$

MAXIMALE TAKTFREQUENZ

Auch für die Bestimmung der maximalen Taktfrequenz gilt, daß sowohl zwei in Reihe geschaltete als auch ein einzelnes auf sich selbst rückgekoppeltes Flip-Flop berücksichtigt werden müssen. Diese Bedingung ist im Gegensatz zur Skew-Bedingung immer erfüllbar, wenn die Taktfrequenz klein genug ausfällt.



$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = t_{\text{PD,MAX}} + t_{\text{PS,MAX}} + t_{\text{SETUP}} - t_{\text{SKEW,MIN}}$$

Kritisch wird einer der Rückkopplungspfade von FF₃ ⇒ FF₁ bzw. FF₁ ⇒ FF₁, da hier die größten Schaltnetzverzögerungen liegen und im ersten Fall der Skew negativ ist.

FF₃ ⇒ FF₁:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = t_{\text{PD,MAX}}(\text{F114}) + 2 \cdot t_{\text{PS,MAX}}(\text{F02}) + t_{\text{PS,MAX}}(\text{F32}) + t_{\text{SETUP}}(\text{F114}) - t_{\text{SKEW,MIN}}$$

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 8,5 \text{ ns} + 2 \cdot 6,5 \text{ ns} + 6,6 \text{ ns} + 5 \text{ ns} - 2 \cdot (-2 \text{ ns}) = 37,1 \text{ ns}$$

FF₁ ⇒ FF₁:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = t_{\text{PD,MAX}}(\text{F114}) + t_{\text{PS,MAX}}(\text{F02}) + t_{\text{PS,MAX}}(\text{F32}) + t_{\text{SETUP}}(\text{F114}) - t_{\text{SKEW,MIN}}$$

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 8,5 \text{ ns} + 6,5 \text{ ns} + 6,6 \text{ ns} + 5 \text{ ns} - 0 \text{ ns} = 26,6 \text{ ns}$$

Worst case:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 37,1 \text{ ns}$$

$$f_{\text{MAX}} = \frac{1}{t_{\text{CYCLE,MIN}}} \approx 27 \text{ MHz}$$

ERHÖHUNG DER TAKTRATE

1. Inverter einsparen:

Der Inverter am Ausgang \bar{Q} von FF₃ kann eingespart werden, wenn das Signal ⑥ direkt am Ausgang Q angeschlossen wird:

FF₃ ⇨ FF₁:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 8,5 \text{ ns} + 6,5 \text{ ns} + 6,6 \text{ ns} + 5 \text{ ns} + 4 \text{ ns} = 30,6 \text{ ns}$$

Worst case:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 30,6 \text{ ns} \quad (f_{\text{MAX}} \approx 33 \text{ MHz})$$

2. Taktrichtung umdrehen:

Zunächst muß dafür wieder die Skew-Bedingung überprüft werden (FF₃ ⇨ FF₁):

$$t_{\text{SKEW,MAX}} = t_{\text{PD,MIN}} + t_{\text{PS,MIN}} - t_{\text{HOLD}}$$

Mit ⑥ an F02:

$$t_{\text{SKEW,MAX}} = 3 \text{ ns} + 3 \cdot 1,5 \text{ ns} - 1 \text{ ns} = 6,5 \text{ ns}$$

Mit ⑥ an Q:

$$t_{\text{SKEW,MAX}} = 3 \text{ ns} + 2 \cdot 1,5 \text{ ns} - 1 \text{ ns} = 5 \text{ ns}$$

Wegen $t_{\text{SKEW}} = 4 \text{ ns} < 5 \text{ ns}$ tritt keine Skew-Verletzung auf! Nun kann die Taktrate mit umgekehrter Taktrichtung und für die beiden Varianten (mit und ohne Inverter an FF₃) ermittelt werden:

Mit ⑥ an F02:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 8,5 \text{ ns} + 2 \cdot 6,5 \text{ ns} + 6,6 \text{ ns} + 5 \text{ ns} - 4 \text{ ns} = 29,1 \text{ ns}$$

Mit ⑥ an Q:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 8,5 \text{ ns} + 6,5 \text{ ns} + 6,6 \text{ ns} + 5 \text{ ns} - 4 \text{ ns} = 22,6 \text{ ns}$$

FF₁ ⇨ FF₁:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 8,5 \text{ ns} + 6,5 \text{ ns} + 6,6 \text{ ns} + 5 \text{ ns} - 0 \text{ ns} = 26,6 \text{ ns} \quad (\text{unverändert})$$

Worst case:

$$t_{\text{CYCLE,MIN}} = 26,6 \text{ ns} \quad (f_{\text{MAX}} \approx 37,6 \text{ MHz})$$